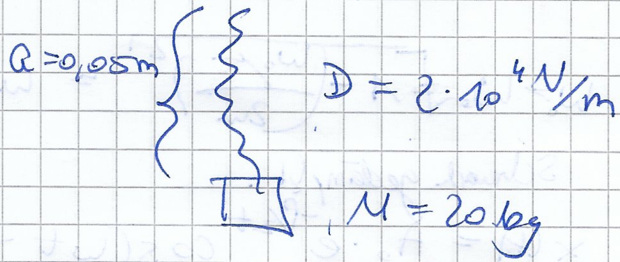
Hinweis

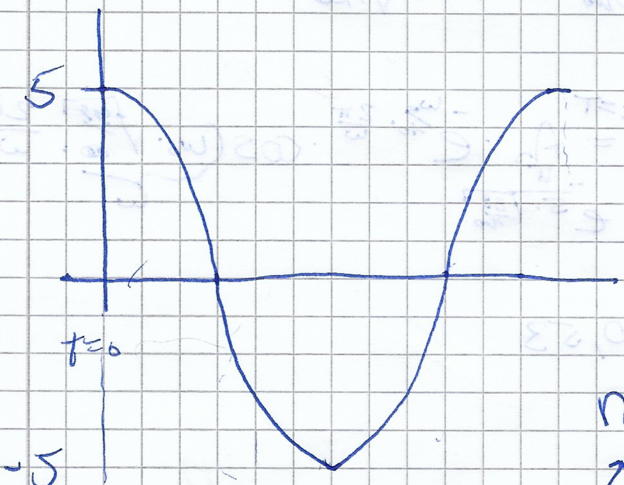
Die vorliegende Lösung wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde diese Lösung von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allem in einer anderen Farbe als dem üblichen Blau handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:
https://www.physics-and-stuff.com/

Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit der vorliegenden Lösungen! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.

Physik ExpI, Blatt 10

Marvin Zanke
[redacted]





$$m\ddot{x} = -Dx$$

Gewichtskraft

Rückstellkraft Feder

$$\Leftrightarrow \ddot{x} + \underbrace{\frac{D}{m}}_{\omega_0^2} x = 0$$

$= +90° \Rightarrow \cos(\omega t)$

Behauptung: $x(t) = A\sin\left(\sqrt{\frac{D}{m}}\cdot t + \varphi\right)$ löst das DGL.

Beweis: $\dot{x}(t) = A\cos\left(\sqrt{\frac{D}{m}}\cdot t + \varphi\right)\cdot\sqrt{\frac{D}{m}}$

$\ddot{x}(t) = -A\sin\left(\sqrt{\frac{D}{m}}\cdot t + \varphi\right)\cdot\frac{D}{m}$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{D}{m}x = 0 \quad \boxed{}$$

mit Anfangsbed.:

$\Rightarrow x(t) = 5\,cm \cdot \cos\left(31{,}6\,\frac{1}{s}\,t\right)$

1/2

b) $F_R = \eta\cdot v = \eta\cdot\dot{x}(t)$

$$m\ddot{x} + Dx + \eta\dot{x} = 0 \Leftrightarrow \ddot{x} + \underbrace{\frac{D}{m}}_{\omega_0^2}x + \underbrace{\frac{\eta}{m}}_{\beta}\dot{x} = 0$$

$$x(t) = A_0\cdot e^{-\frac{\beta}{2}t}\cos(\omega t - \varphi)$$

$$\omega = \omega_0\sqrt{1-\left(\frac{\beta}{2\omega_0}\right)^2} < \omega_0$$

Aperiodischer Grenzfall: $\beta = 2\omega_0 \Leftrightarrow \frac{\eta}{m} = 2\omega_0$

1/2

$$\Rightarrow \eta = 2\omega_0 m = 2\sqrt{\frac{D}{m}}\,m = 2\sqrt{Dm}$$

$1264{,}9\,\frac{N}{m/s}$ $= 63{,}2\,m/s$

c) $\eta' = \frac{\eta}{10} = \frac{\sqrt{D \cdot m}}{5} \Longleftrightarrow \beta = \frac{\sqrt{D/m}}{5} = \frac{\omega_0}{5}$

$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0/5}{2\omega_0}\right)^2} = \omega_0 \sqrt{\frac{99}{100}} = \sqrt{\frac{D}{m}} \cdot \sqrt{\frac{99}{100}}$

Schwach gedämpft.

$x(t) = A_0 \cdot e^{-\beta/2 t} \cos(\omega t - \varphi) \overset{t=T}{=} A_0 \cdot e^{-\frac{\omega_0}{10} \cdot \frac{2\pi}{\omega}} \cdot \cos(\underbrace{\omega_0 \cdot \sqrt{\frac{99}{100}}}_{\omega} \cdot \frac{2\pi}{\omega})$

$= A_0 e^{-\frac{\omega_0}{10} \cdot \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{\frac{99}{100}}}} = A_0 \cdot e^{-\frac{\pi}{5 \cdot \sqrt{\frac{99}{100}}}}$

$\Rightarrow$ Faktor: $\frac{1}{e^{\frac{\pi}{5 \cdot \sqrt{\frac{99}{100}}}}} \approx 0{,}53$ ✓

2/2

2) Bei der ersten Möglichkeit verändert man die Pendellänge der Schaukel, indem man seinen Schwerpunkt verlagert (- und zwar gegen die Zentrifugalkraft). Dadurch entsteht pro Periode eine Energiedifferenz. Das Verlagern des Schwerpunkts funktioniert wie folgt: Im Nullpunkt streckt (setzt?) man sich, und in dem Umkehrpunkt geht man zurück ins Sitzen. (Stehen) Dies ist auch die effektivere Methode.

Die andere Möglichkeit ist eine Drehbewegung des Körpers mit Schaukelbrett als Drehachse. Die Drehbewegung wird im Umkehrpunkt ausgeführt. Man erzeugt dabei einen Drehimpuls, welcher auf Grund der Erhaltung kompensiert werden muss - und zwar durch Impuls (=> Bewegung) des ganzen „Pendels", der Körperdrehung entgegengesetzt.

ne, so wie oben

3/5

3) $z: \frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g}$

a)

$$\Delta T = \frac{\partial T}{\partial g}\Delta g \quad \text{, da } l \text{ konstant}$$

$$\Delta g = \frac{\partial g}{\partial T}\Delta T \quad ,$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Leftrightarrow g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial g} = 2\pi\sqrt{l}\, g^{-3/2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) \quad \boxed{\frac{\partial g}{\partial T} = -\frac{8\pi^2 l}{T^3}}$$

$$= -\pi\sqrt{l}\cdot g^{-3/2} = -\pi\sqrt{\frac{l}{g^3}}$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{-\pi\sqrt{\frac{l}{g^3}}\Delta g}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = -\frac{1}{2}\Delta g\cdot\sqrt{\frac{l}{g^3}}\cdot\sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$= -\frac{1}{2}\Delta g\cdot\sqrt{\frac{1}{g^2}} = -\frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g} \quad ✓$$

b) $\Delta T = 90\,s$, $T = 86400\,s = 1\,\text{Tag}$

$g \approx 9{,}81\,m/s^2$

$$\Leftrightarrow \frac{90\,s}{86400\,s}\cdot(-2g) = \Delta g = 0{,}0204375\,\frac{m}{s^2} \quad ✓$$

bzw. $\left(-0{,}0204375\,\frac{m}{s^2}\right)$

5/5

4) a)

$$I\cdot\ddot{\varphi} = -mgl\cdot\sin\varphi \quad \text{mit } \varphi \ll 1 \Rightarrow \sin\varphi \approx \varphi$$

$$I\ddot{\varphi} + mgl\varphi = 0$$

$I = ?$

$$\ddot{\varphi} + \frac{3}{2}\frac{g}{l}\varphi = 0$$

3/4

$\omega = \frac{3}{2}\frac{g}{\ell}$

b) $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg\ell}}$ $\quad \ell = 0{,}5\,m, \quad m = 0{,}5\,kg$

I dünner Stab: $\frac{1}{12} m \cdot \ell^2$

Steiner-Regel: $I_2 = I^{(S)} + md^2$ mit $d = \ell/2$

$\Rightarrow \quad I_2 = \frac{1}{12} m\ell^2 + m\frac{\ell^2}{4} = \frac{1}{3} m\ell^2$ ✓

$= \frac{1}{24}\,kg\,m^2$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{1/24\,kg\,m^2}{0{,}5\,kg \cdot g \cdot 0{,}5\,m}} = 0{,}819\,s$ f

$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{8}\frac{\ell}{g}} = 1{,}04\,s$

1/2

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{12}$

c) $I = \frac{1}{12} m\ell^2 + md^2$ mit $d = \left(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{3}\right) = \frac{\ell}{6}$

$= \frac{1}{12} m\ell^2 + m\frac{\ell^2}{36} = \frac{4}{36} m\ell^2 = \frac{1}{9} m\ell^2 = \frac{1}{72}\,kg\,m^2$

$\ell' = \frac{2}{3}\ell = \frac{1}{3}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{1/72\,kg\,m^2}{0{,}5\,kg \cdot g \cdot 1/3\,m}} = \underline{0{,}579\,s}$

0,87 s

1,5/3

17,5/25