

## Hinweis

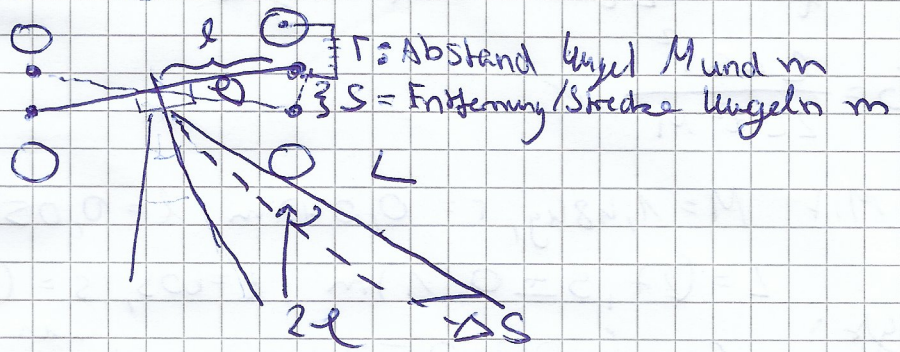
Die vorliegende Lösung wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde diese Lösung von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allem in einer anderen Farbe als dem üblichen Blau handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:

<https://www.physics-and-stuff.com/>

**Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit der vorliegenden Lösungen! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.**

Dieses Werk von [Marvin Zanke](#) ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung – Nicht-kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz](#).

1) a)



28/30

$$F_G = G \cdot \frac{mM}{r^2}$$

Da Gleichgewicht zwischen Anziehung der Kugeln und Rückstellmoment der Drehwaage:

Drehmoment:  $F_D' = -F_G \Rightarrow F_D = F_G$

Man Kugeln vertauscht, Kraft  $F$  wirkt nun von einer der Kugeln  $m$  in die Richtung von Position 2, mit  $F = F_G + F_D = 2F_G = 2G \frac{mM}{r^2}$

Da Kugeln mit Beschleunigung  $a$  beschleunigt werden (drehen sich  $m$  herum Fall zu  $-$ ) folgt  $F = ma$ .

$$\Rightarrow ma = 2G \frac{mM}{r^2} \Leftrightarrow G = \frac{a r^2}{2M}$$

$$\Rightarrow G = \frac{ar^2}{2M}, \text{ gesucht also noch } a.$$

Da  $\varphi$  der Änderungswinkel ist, folgt durch Eingangsw. = Ausgangswinkel, dass der Strahl um  $2\varphi$  abgelenkt wird. Wegen den bloß kleinen Winkeln und Strecken kann man vereinfacht die Länge  $L$  (Abstand vom Schirm) als konstant bzgl. des Lichtstrahls ansehen, außerdem  $\tan(\alpha) \approx \alpha$ ,  $\sin(\alpha) \approx \alpha$  für  $\alpha$  sehr klein.

$$\Rightarrow \tan(2\varphi) = \frac{\Delta s}{L} \Leftrightarrow \varphi = \frac{\tan^{-1}\left(\frac{\Delta s}{L}\right)}{2} \approx \frac{\Delta s}{2L}$$

$$\sin(\varphi) = \frac{s}{L} \Leftrightarrow \varphi = \sin^{-1}\left(\frac{s}{L}\right) \approx \frac{s}{L}$$

$$\Rightarrow s = L\varphi = \frac{L\Delta s}{2L}. \text{ Da beschleunigte Bewegung folgt mit } \frac{1}{2}at^2 = s, \text{ dass}$$



$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2\Delta s}{L t^2} \cdot \text{Damit insgesamt,}$$

$$G = \frac{2\Delta s r^2}{2L t^2 M} \checkmark$$

b) Mit  $M = 1,48 \text{ kg}$ ,  $r = 0,047 \text{ m}$ ,  $l = 0,05 \text{ m}$

folgt:  $L = (27,5 \pm 0,1) \text{ m}$ ,  $t = 60 \text{ s}$ ,  $s = (0,16 \pm 0,02) \text{ m}$

$$G = 6,030576031 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

Großere Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta G = \sqrt{\left(\frac{\partial G}{\partial L} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial s} \Delta s\right)^2} \quad \text{mit} \quad \frac{dG}{dL} = -G \cdot L^{-1} = -\frac{G}{L}$$

$$\Delta G = \sqrt{\left(\frac{G}{L} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{G}{\Delta s} \Delta(\Delta s)\right)^2} \quad \text{und} \quad \frac{dG}{d(\Delta s)} = \frac{G}{\Delta s} \quad \text{folgt}$$

$$\approx 7,541 \cdot 10^{-13} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \quad \text{Damit insgesamt:}$$

$$G \approx \left( (6,0306 \pm 0,7541) \cdot 10^{-11} \right) \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

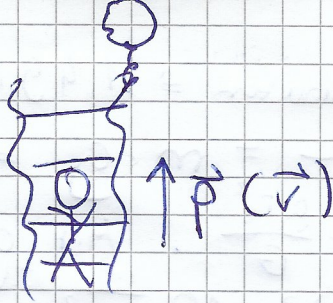
$$= (6,0306 \cdot 10^{-11} \pm 0,7541 \cdot 10^{-12}) \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

- c)
- Rechenfehler bzw. Rundungen: Annahme, dass  $\tan \alpha \approx \alpha$  und  $\sin(\alpha) \approx \alpha \rightarrow$  Formel genauer aufstellen
  - Abstand  $L$  zum Schirm wurde vereinfacht als konstant angesehen, damit tangens anwendbar.  
 $\Rightarrow$  Schirm als Halbkreis aufbauen, damit Distanz immer  $L$  ist.
  - Beim SM wurde ein rechter Winkel angenommen obwohl dort keine ist zur Hebelachse  $\Rightarrow$  Mehr Messwerte nehmen
  - Länge der Zeitmessung zu kurz für Gleichgewicht oder ungenau.
  - Es wirken noch Reibungskräfte, welche die wirkenden Kräfte abfälschen  $\Rightarrow$  isolieren

sehr schön



2) a) Masse Mann =  $M$   
Masse Ballon =  $m$



Der Ballon bewegt sich mit  
Geschwindigkeit  $-\vec{v}$  und entgegengesetzt, also  $\vec{v}_B = -\vec{v}$ ,  
weil eine entgegengesetzte Kraft in entgegengesetzte  
Richtung nach dem 3. Newtonschen Axiom existiert.  
(Impulserhaltung). *nicht ganz,  
die Männer  
spielen noch  
eine Rolle*

b) Der Ballon ruht dann bezgl. des Bodens, und zwar  
in genau der Position, wo der Mann ihn durch  
seine vorige Bewegung hingebraucht hat, weil in dem  
System  $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i$  gelten muss ✓

3/5



3) 8,3 Lichtminuten  $\hat{=} 1,494 \cdot 10^{11} \text{ m} = r_A$  (Abstand Erde - Sonne)

$$F_G = G \cdot \frac{m \cdot m_E}{r_E^2} = m \cdot g \Rightarrow g = G \cdot \frac{m_E}{r_E^2}$$

$$\Leftrightarrow m_E = \frac{g r_E^2}{G} \quad \text{Mit } g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, r_E = 6371 \text{ km}$$

$$G = 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \quad \text{folgt für } m_E = 5,967 \cdot 10^{24} \text{ kg} \checkmark$$

Umlaufzeit  $T_E$  der Erde um die Sonne: 365 Tage

$$\Rightarrow T_E = 31.536.000 \text{ s}$$

Die Gravitationskraft wirkt als Zentripetalkraft.

Da der Radius der Sonne und Erde im Vergleich  $r_s$

zum Abstand vernachlässigbar klein sind, lassen wir diese aus

der Rechnung weg. ( $r_s$  ist nicht gegeben).

$$F_S = F_Z \Leftrightarrow m_E \cdot \frac{v^2}{r_A} = G \frac{m_s m_E}{r_A^2} \Leftrightarrow m_s = \frac{r_A v^2}{G}$$

Da  $F_Z = m \frac{v^2}{r} = m r \omega^2$  mit  $\omega = \frac{v}{r} \left[ = \frac{2\pi}{T} \right]$  folgt

$$m_s = \frac{r_A v^2}{G} = \frac{r_A^3 \omega^2}{G} \quad \text{und } \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow m_s = 1,9837 \cdot 10^{30} \text{ kg} \checkmark$$

Gesucht: "Stelle" wo  $F_E = F_S$  (auch hier vernachlässigbar  $r_s \ll r_A$   
 $r_E \ll r_A$ )

$$F_E = F_S \Leftrightarrow G \frac{m_E m}{r_1^2} = G \frac{m_s m}{r_2^2}$$

$$r_2 = r_A - r_1$$

$$\Leftrightarrow \frac{m_E}{r_1^2} = \frac{m_s}{r_2^2} \Leftrightarrow r_1^2 = \frac{m_E}{m_s} r_2^2$$

$$\Leftrightarrow r_1 = \sqrt{\frac{m_E}{m_s}} r_2 \Leftrightarrow r_1 = \sqrt{\frac{m_E}{m_s}} (r_A - r_1) \Leftrightarrow r_1 \left( 1 + \sqrt{\frac{m_E}{m_s}} \right) = \sqrt{\frac{m_E}{m_s}} r_A$$

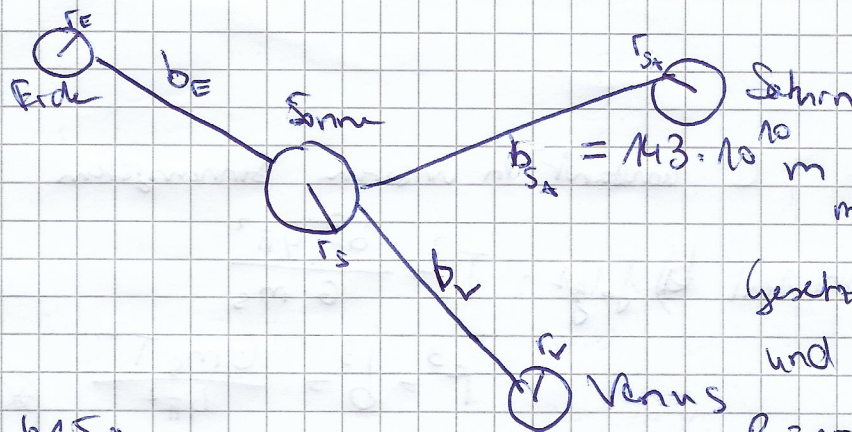
$$\Leftrightarrow r_1 = \frac{\sqrt{\frac{m_E}{m_s}}}{1 + \sqrt{\frac{m_E}{m_s}}} r_A \Leftrightarrow r_1 = \left( 1 - \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{m_E}{m_s}}} \right) r_A$$

$\Rightarrow r_1 = 258665226,1 \text{ m} \hat{=} 258665,2261 \text{ km}$  von der Erde weg richtung Sonne.  $\checkmark$

7/7



4/a)



(Die Aufgabe kann man alternativ mit dem 3ten Kepl. Gesetz lösen,  $\frac{T^2}{R^3} = C$  und C mittels  $T = 365 \text{ Tage}$  und  $R = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ m}$  errechnen)

$$T = 0,615 \text{ a}$$

$$= 1\ 939\ 4640 \text{ s}$$

Gravitationskraft als Zentripetalkraft.

$$F_z = F_s \Leftrightarrow m_v b_v \omega^2 = G \frac{m_s m_v}{b_v^2}$$

$$\Leftrightarrow b_v \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = G \frac{m_s}{b_v^2} \Leftrightarrow b_v^3 = \frac{G m_s}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}$$

$$(m_s \text{ aus 3.}) \Leftrightarrow b_v = \sqrt[3]{\frac{G m_s T^2}{4\pi^2}} = 108 \cdot 10^9 \text{ m} = 108.000.000 \text{ km} \checkmark$$

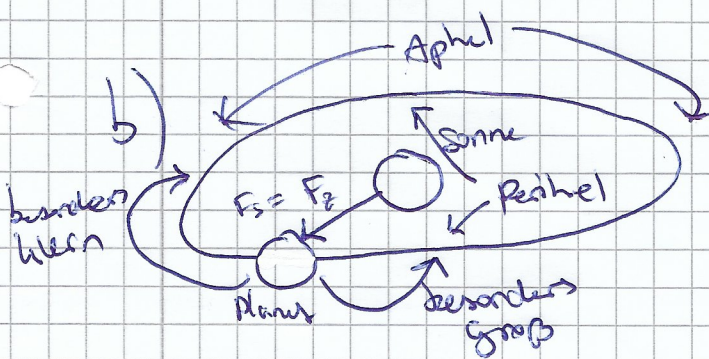
$$b_{Sat} = 143 \cdot 10^{10} \text{ m} \quad F_s = F_z \Leftrightarrow G \frac{m_s m_{Sat}}{b_{Sat}^2} = m_{Sat} b_{Sat} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

( $m_s$  aus Aufg. 3)

$$\Leftrightarrow G m_s = b_{Sat}^3 \frac{(2\pi)^2}{T^2} \Leftrightarrow T^2 = \frac{b_{Sat}^3 \cdot 4\pi^2}{G \cdot m_s}$$

$$\Rightarrow T = 9\ 338\ 677\ 23,4 \text{ s} \hat{=} 29,61 \text{ Jahre} \checkmark$$

$M: 29,4 \text{ a}$



$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{m m_s}{r^2}$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{G \frac{m_s}{r}}$$

An nächsten Punkt an der Sonne ist der Planet am schnellsten.  $\checkmark$

Dort tritt die größte Gravitationskraft auf und damit auch Beschleunigung.



a)  $\frac{T^2}{R^3} = C$ , C konstant in unserem Sonnensystem.

Aus Aufgabenteil a) folgt:  $T^2 = \frac{b^3 \cdot 4\pi^2}{G \cdot m_s}$

$$r^3 = b^3 = \frac{G m_s T^2}{4\pi^2} \quad (*)$$

$$(*) \Leftrightarrow 4\pi^2 r^3 = G m_s T^2 \Leftrightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G m_s} \quad \checkmark$$

Z/F  
6/6

Alles richtig,  
Grüß ~~...~~