# Hinweis

Die vorliegende Lösung wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde diese Lösung von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allem in einer anderen Farbe als dem üblichen Blau handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:
https://www.physics-and-stuff.com/

**Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit der vorliegenden Lösungen! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.**

Marvin Zanke **Physik III Blatt 10 (3 Blätter)** 1

1/1/1/1 $\Sigma$ 2

**Nr. 33** $\delta_j = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot n_j \cdot 2L_j \cdot \cos(\Theta_j)$

$n_0 = 1$, $n_1 = 1{,}38$, $n_2 = 2{,}30$, $n_3 = 1{,}76$, $n_4 = 1{,}62$

$L_1 = \frac{\lambda_0}{4n_1}$, $L_2 = \frac{2\lambda_0}{4n_2}$, $L_3 = \frac{3\lambda_0}{4n_3}$

$$\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot n_1 \cdot 2 \cdot \frac{\lambda_0}{4n_1} = \pi$$

$$\delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot n_2 \cdot 2 \cdot \frac{2\lambda_0}{4n_2} = 2\pi$$

$$\delta_3 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot n_3 \cdot 2 \cdot \frac{3\lambda_0}{4n_3} = 3\pi$$

$\cos(\Theta_j) = 1 \quad \forall j$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\frac{\pi}{2}) & \frac{i\sin(\frac{\pi}{2})}{n_1} \\ i n_1 \sin(\frac{\pi}{2}) & \cos(\frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\pi) & \frac{i\sin(\pi)}{n_2} \\ i n_2 \sin(\pi) & \cos(\pi) \end{pmatrix}$$
$$\cdot \begin{pmatrix} \cos(\frac{3}{2}\pi) & \frac{i\sin(\frac{3}{2}\pi)}{n_3} \\ i n_3 \sin(\frac{3}{2}\pi) & \cos(\frac{3}{2}\pi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ n_f \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{i}{n_1} \\ i n_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\frac{i}{n_3} \\ -n_3 i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ n_f \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -i n_1 & \frac{i}{n_1} \\ i n_1 & \frac{i}{n_1} \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -n_f \frac{i}{n_3} \\ -n_3 i \end{pmatrix}}_{=} = \begin{pmatrix} n_f \frac{i}{n_3} \\ n_3 i \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{n_4 n_1}{n_3} - \frac{n_3}{n_1} \\ -\frac{n_4 n_1}{n_3} - \frac{n_3}{n_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{n_1^2 n_4 - n_3^2}{n_1 n_3} \\ \frac{-n_4 n_1^2 - n_3^2}{n_1 n_3} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow R = \left|\frac{a}{b}\right|^2 = \left(\frac{n_1^2 n_4 - n_3^2}{-n_4 n_1^2 - n_3^2}\right)^2 = 4{,}07 \cdot 10^{-6}$$

Das ist etwas wenig oder?

5) N gerade dielektrische Filme $n_H > n_L$

$nL = \frac{\lambda}{4}$ , $\delta_L = \delta_H = \pi$ , $n_0 = 1$ , $n_f$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \prod_{j=1}^{N} \begin{pmatrix} \cos(\frac{\pi}{2}) & \frac{i\sin(\frac{\pi}{2})}{n_j} \\ i n_j \sin(\frac{\pi}{2}) & \cos(\frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ n_f \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \prod_{j=1}^{N} \begin{pmatrix} 0 & \frac{i}{n_j} \\ i n_j & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ n_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \prod_{j=1}^{N/2} \begin{pmatrix} 0 & \frac{i}{n_H} \\ i n_H & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{i}{n_L} \\ i n_L & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ n_f \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \prod_{j=1}^{N/2} \begin{pmatrix} -\frac{n_L}{n_H} & 0 \\ 0 & -\frac{n_H}{n_L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ n_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (-\frac{n_L}{n_H})^{N/2} & 0 \\ 0 & (-\frac{n_H}{n_L})^{N/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ n_f \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (-\frac{n_L}{n_H})^{N/2} \\ n_f (-\frac{n_H}{n_L})^{N/2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-\frac{n_L}{n_H})^{N/2} - n_f (-\frac{n_H}{n_L})^{N/2} \\ (-\frac{n_L}{n_H})^{N/2} + n_f (-\frac{n_H}{n_L})^{N/2} \end{pmatrix}$$

$$R = \left|\frac{a}{b}\right|^2 = \left( \frac{(-\frac{n_L}{n_H})^{N/2} - n_f (-\frac{n_H}{n_L})^{N/2}}{(-\frac{n_L}{n_H})^{N/2} + n_f (-\frac{n_H}{n_L})^{N/2}} \right)^2 = \frac{(-\frac{n_L}{n_H})^{N} + n_f^2 (-\frac{n_H}{n_L})^{N} - 2n_f + 4n_f - 4n_f}{(-\frac{n_L}{n_H})^{N} + n_f^2 (-\frac{n_H}{n_L})^{N} + 2n_f}$$

$$= 1 - \frac{4n_f}{(-\frac{n_L}{n_H})^{N} + n_f^2 (-\frac{n_H}{n_L})^{N} + 2n_f} \overset{!}{>} 0{,}999$$

$$\Leftrightarrow \quad 0{,}001 > \frac{4n_f}{(-\frac{n_L}{n_H})^{N} + n_f^2 (-\frac{n_H}{n_L})^{N} + 2n_f}$$

$$\Leftrightarrow \quad 0{,}001 \left(\frac{n_L}{n_H}\right)^N + 0{,}001\, n_f^2 \left(\frac{n_H}{n_L}\right)^N + 0{,}001\, n_f \cdot 2 > 4n_f$$

$$\Leftrightarrow \quad 0{,}001 \left[\left(\frac{n_L}{n_H}\right)^N + n_f^2 \left(\frac{n_H}{n_L}\right)^N\right] > 3{,}998\, n_f$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(\frac{n_L}{n_H}\right)^N + n_f^2 \left(\frac{n_H}{n_L}\right)^N > 3998\, n_f$$

1

Nr. 34

2

$D = 5m \qquad \lambda = 500nm$

Nach Vorlesung gilt $\sin\delta\varphi \approx \delta\varphi = 1{,}22\,\frac{\lambda}{D} = 1{,}22\cdot10^{-7}$ rad

2 Möglichkeiten: (welche ist besser?):

Gegenstände liegen auf Kreisbahn: „radialer" Abstand:

$1{,}22\cdot10^{-7}\,\text{rad}\cdot 380.000\,km = \underline{\underline{46{,}36\,m}}$

Liegen im rechten Winkel:

$\tan(\delta\varphi) = \frac{Gk}{Ak} \Leftrightarrow Gk = Ak\cdot\tan(\delta\varphi) = 46{,}36m$

**Auge**: $\delta\varphi = 1{,}525\cdot10^{-4}$

$1{,}525\cdot10^{-4}\cdot 380.000km = 57{,}95km$

1

Nr. 35

$f(t) = |\sin(t)|$ ist $\pi$-periodisch

$$c_n = \frac{1}{\pi}\int_{x_0}^{x_0+\pi} dx\, e^{-\frac{2\pi}{L}inx}|\sin x| = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} dx\,\underbrace{e^{-2inx}}_{u}\,\underbrace{\sin x}_{v'}$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[-\cos x\, e^{-2inx} - \int -2in(-\cos x)\,dx\, e^{-2inx}\right]_0^{\pi}$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[-\cos x\, e^{-2inx} - 2in\int \underbrace{\cos x}_{v'}\,\underbrace{e^{-2inx}}_{u}\,dx\right]_0^{\pi}$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[-\cos x\, e^{-2inx} - 2in\left[e^{-2inx}\sin x - \int -2in\, e^{-2inx}\sin x\,dx\right]\right]_0^{\pi}$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[-\cos x\, e^{-2inx} - 2in\, e^{-2inx}\sin x + 4n^2\int e^{-2inx}\sin x\,dx\right]_0^{\pi}$$

$$\Longleftrightarrow \frac{1}{\pi}(1-4n^2)\int_0^{\pi} e^{-2inx}\sin x\,dx = \frac{1}{\pi}\left[-\cos x\, e^{-2inx} - 2in\, e^{-2inx}\sin x\right]_0^{\pi}$$

$$\Longleftrightarrow \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} e^{-2inx}\sin x\,dx = \frac{\left[-\cos x\, e^{-2inx} - 2in\, e^{-2inx}\sin x\right]_0^{\pi}}{\pi(1-4n^2)} = \frac{1+1}{\pi(1-4n^2)}$$

$$= \frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{1-4n^2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{2}{\pi}\frac{1}{1-4n^2}e^{in2x} = \frac{2}{\pi}\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{1-4n^2}\cos(2nx) + \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{1-4n^2}i\sin(2nx\right.$$

b) $f(t) = \begin{cases} e^{-\gamma t} & \text{für } t > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad \gamma > 0$

$$\tilde{f}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{-ikx} e^{-\gamma x} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{\infty} dx\, e^{x(-ik-\gamma)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ \frac{1}{-ik-\gamma} e^{x(-ik-\gamma)} \right]_0^{\infty} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{ik+\gamma} \left[ e^{-x(ik+\gamma)} \right]_0^{\infty}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{ik+\gamma}$$

c)
$$|F(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left| \frac{1}{i\omega+\gamma} \right| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left| \frac{i\omega-\gamma}{(i\omega+\gamma)(i\omega-\gamma)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left| \frac{i\omega-\gamma}{-\omega^2-\gamma^2} \right| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left| \frac{i\omega-\gamma}{\omega^2+\gamma^2} \right|$$

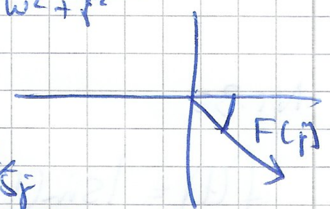
$$|F(\omega_1)| = |F(\gamma)| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left| \frac{\gamma(i-1)}{2\gamma^2} \right| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left| \frac{i-1}{2\gamma} \right| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{1}{4\gamma^2} + \frac{1}{4\gamma^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}\gamma} = \frac{1}{2\gamma\sqrt{\pi}}$$

$$|F(\omega_2)| = |F(2\gamma)| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left| \frac{\gamma(2i-1)}{5\gamma^2} \right| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left| \frac{2i-1}{5\gamma} \right| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{1}{25\gamma^2} + \frac{4}{25\gamma^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5\gamma} = \frac{1}{\sqrt{10\pi}\gamma}$$

$$\Rightarrow \frac{|F(\gamma)|}{|F(2\gamma)|} = \frac{1}{2\gamma\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{10\pi}\,\gamma = \frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{i\omega+\gamma} = \frac{1(i\omega-\gamma)}{(i\omega+\gamma)(i\omega-\gamma)} = \frac{i\omega-\gamma}{-\omega^2-\gamma^2} = \frac{\gamma-i\omega}{\omega^2+\gamma^2}$$

$$F(\gamma) = \frac{\gamma(1-i)}{2\gamma^2} = \frac{1-i}{2\gamma}, \quad F(2\gamma) = \frac{\gamma(1-2i)}{5\gamma^2}$$




$$\tan\varphi_\gamma = \frac{y}{x} = \frac{-1/2\gamma}{1/2\gamma} = -1 \quad \Big| \quad \tan\varphi_{2\gamma} = \frac{-2/5\gamma}{1/5\gamma} = -2$$

$$\Rightarrow \varphi_\gamma = -\tfrac{1}{4}\pi \quad \Big| \quad \Rightarrow \varphi_{2\gamma} = -1{,}107148718\,\text{rad}$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = -0{,}3217505546\,\text{rad}$$

d) $\tilde{E}(\omega)$ Fourier-Transformierte vom skalaren Lichtfeld $E(t)$

$$E(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega\, e^{i\omega x} \tilde{E}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}} d\omega\, e^{i\omega x} \frac{1}{\Delta\omega}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\Delta\omega} \int_{\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}} d\omega\, e^{i\omega x} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\Delta\omega} \cdot \frac{1}{ix} \left[ e^{i\omega x} \right]_{\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\Delta\omega} \cdot \frac{1}{ix} \left( e^{i(\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2})x} - e^{i(\omega_0-\frac{\Delta\omega}{2})x} \right)$$

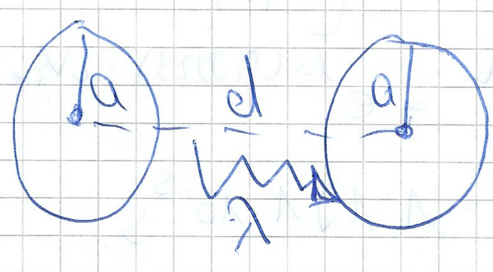
1

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\Delta\omega} \cdot \frac{1}{ix} e^{i\omega_0 x} \left( e^{i\frac{\Delta\omega}{2}x} - e^{-i\frac{\Delta\omega}{2}x} \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\Delta\omega} \frac{1}{ix} e^{i\omega_0 x} 2i\sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}x\right)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2\pi}\,\Delta\omega\, x} e^{i\omega_0 x} \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}x\right) \approx \frac{e^{i\omega_0 x}}{\sqrt{2\pi}} \text{ für kleine Werte } (\Delta\omega \to 0)$$

Das Spektrum eines beliebig kurzen Lichtpulses besteht aus bloß einer Frequenz. Die Transformierte ist demnach bloß ein „Strich" mit Amplitude und Phase.

3b) (3)




a) Nach der Vorlesung gilt $\rho = \sqrt{m d \lambda}$, wobei $\rho$ der Abstand der Fresnel-Zone vom Mittelpunkt der Kreisscheibe ist und m die Ordnung der Fresnel-Zone. Die letzte Fresnel Zone liegt höchstens bei $\rho = a$ und die erste Ordnung ist $m = 1$

$$\Rightarrow a^2 = m_x d\lambda \Leftrightarrow m_x = \frac{a^2}{d\lambda} \Rightarrow N = \left\lfloor \frac{a^2}{d\lambda} \right\rfloor$$

Ohne Abrunden würde wahrscheinlich was schief gehen.

b) Beugungsverlust (relativ) pro Reflexion etwa $\frac{1}{N}$ für große N.

c) $D = 0{,}02\,m$ $\quad R = 1$ $\quad \lambda = 514\,nm$

$\nu_{FSR} = 100 \cdot 10^6\,Hz$ $\quad W = 100\,Watt$

$P = P_0 \cdot R^x$ keine Verluste bei Reflexion. Allerdings Beugungsverluste von $\frac{1}{N}$ pro Reflexion. $\nu_{FSR} = \frac{c}{2L} \Leftrightarrow L = \frac{c}{2\nu_{FSR}}$

$$\Rightarrow N = 129{,}8 \Rightarrow \frac{1}{N} = 7{,}7 \cdot 10^{-3}$$

$$t = n\Delta t = n \cdot \frac{L}{c} = n \cdot \frac{c}{c \cdot 2\nu_{FSR}} = \frac{n}{2\nu_{FSR}} \Leftrightarrow n = t \cdot 2\nu_{FSR}$$

$$P = P_0\left(1 - \frac{1}{N}\right)^n = P_0\left(1 - \frac{1}{N}\right)^{2\nu_{FSR} \cdot t} \Leftrightarrow \frac{P}{P_0} = \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{2\nu_{FSR} \cdot t}$$

$$\frac{1\,\mu W}{100\,W} = \left(1-\frac{1}{N}\right)^{2\nu_{FSR}\cdot t} \Leftrightarrow 1\cdot 10^{-8} = \left(1-\frac{1}{N}\right)^{2\nu_{FSR}\cdot t}$$

$$\Leftrightarrow 1\cdot 10^{-8} = (0{,}9923)^{2\nu_{FSR}\cdot t} = e^{\ln(0{,}9923)\cdot 2\nu_{FSR}\cdot t}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\ln(1\cdot 10^{-8})}{\ln(0{,}9923)\cdot 2\nu_{FSR}} = t = 1{,}191\cdot 10^{-5}\,s$$

$$\nu_{FSR} = 1\,GHz \Rightarrow N = 1297{,}91 \Rightarrow \frac{1}{N} = 7{,}7\cdot 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \frac{1\,\mu W}{100\,W} = \left(1-\frac{1}{N}\right)^{2\nu_{FSR}\cdot t} \Leftrightarrow 1\cdot 10^{-8} = (0{,}99923)^{2\nu_{FSR}\cdot t}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\ln(1\cdot 10^{-8})}{\ln(0{,}99923)\cdot 2\nu_{FSR}} = 1{,}196\cdot 10^{-5}\,s$$