Hinweis

Die vorliegende Lösung wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde diese Lösung von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allem in einer anderen Farbe als dem üblichen Blau handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:
https://www.physics-and-stuff.com/

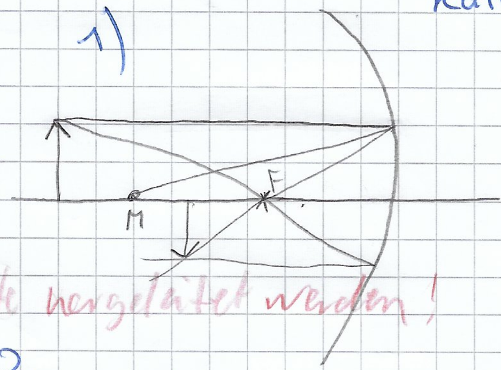
Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit der vorliegenden Lösungen! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.

Marvin Zanke

Physik III Blatt 4

Tutorin: Katharina Knicker

1)



1a) Abbildungsgleichung aus der Vorlesung:

sollte hergeleitet werden!

① $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$, Vergrößerung $V_T = \frac{B}{G}$

1) $g > M$: Mit ① folgt $b = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{g}} = \frac{fg}{g-f} = \frac{\frac{R}{2} g}{g - \frac{R}{2}} = \frac{Rg}{2g-R}$

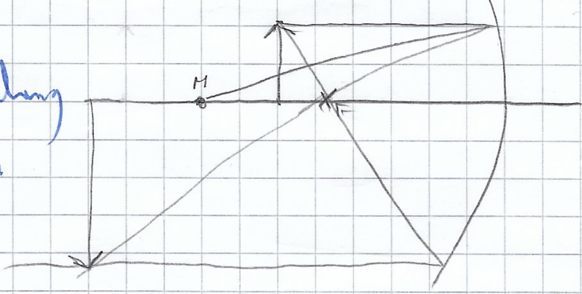
Mit $V_T = \frac{G}{B}$ folgt, $V_T = \frac{g}{b}$ durch

Anwendung des Strahlensatzes

Damit $V_T = \frac{g-f}{f} = \frac{g}{f} - 1 = \frac{2g}{R} - 1$

Das Bild ist reell! (verkleinert)

2) Die Abbildungsgleichung liefert ebenfalls:



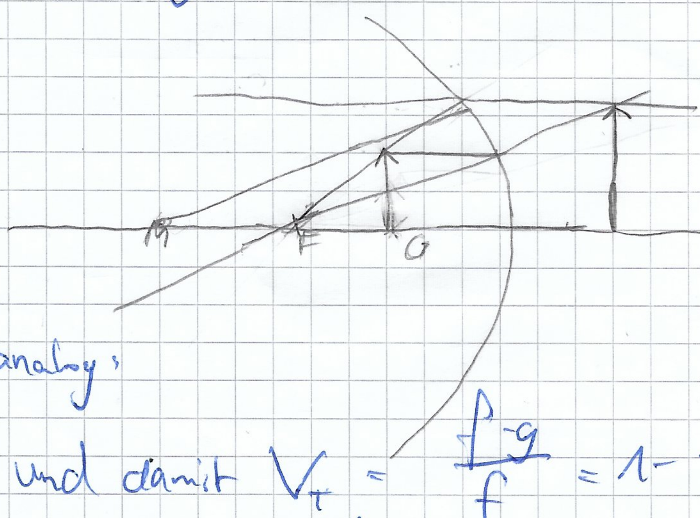
$M > g > f$

$b = \frac{Rg}{2g-R}$

Auch hier gilt $\frac{G}{B} = \frac{g}{b} = \cancel{\frac{R}{2g-R}}\ \frac{2g-R}{R} = \frac{2g}{R} - 1$

Das Bild ist reell und vergrößert

3) $g < f$:

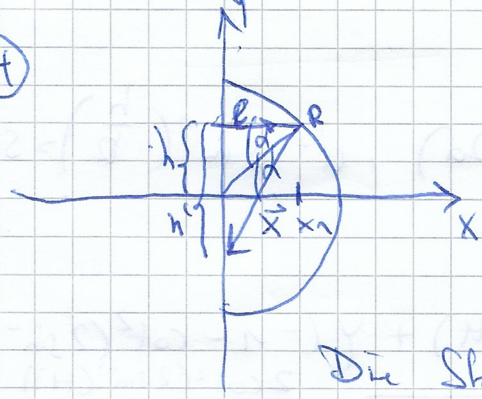


Da b nun ein anderes Vorzeichen besitzt ergibt sich analog:

$b = \frac{fg}{f-g} = \frac{Rg}{R-2g}$ und damit $V_T = \frac{f-g}{f} = 1 - \frac{g}{f} = 1 - \frac{2g}{R}$

Es ist ein virtuelles, vergrößertes Bild.

(14)



Um die Gerade zu parametrisieren wird der Ansatz $x = my + b$ genutzt.

Die Steigung ist wegen $\frac{\Delta x}{\Delta y}$ offensichtlich $\frac{\ell}{h'}$, was genau dem Cotangens vom Winkel 2α entspricht. Für die Steigung m gilt also:

$m = \cot(2\alpha)$

$$\Rightarrow \quad x = \cot(2\alpha)\, y + b$$

Wir wissen, dass in der Höhe $y = h$ der Funktionswert x_1 angenommen wird, wobei gilt: $\cos(\alpha) = \frac{x_1}{R} = \frac{\ell}{R}$, wobei R der Radius des Kreises ist.

$$\Rightarrow \quad R\cos(\alpha) = \cot(2\alpha)\, h + b$$

$$\Leftrightarrow \quad b = R\cos(\alpha) - \cot(2\alpha)\, h$$

$$\Rightarrow \quad x = \cot(2\alpha)\, y + R\cos(\alpha) - \cot(2\alpha)\, h \quad | : R$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{x}{R} = \frac{y}{R}\cot(2\alpha) + \cos(\alpha) - \frac{h}{R}\cot(2\alpha)$$

$$\Leftrightarrow \quad X(H, Y) = Y\cot(2\alpha) + \cos(\alpha) - H\cot(2\alpha)$$

~~Aa~~ Nun gilt: $\cos(\alpha) - H\cot(2\alpha) = \cos\alpha - H\frac{1}{\tan(2\alpha)}$

$$= \cos\alpha - H\frac{\cos(2\alpha)}{\sin(2\alpha)} = \cos\alpha - \sin\alpha\frac{\cos(2\alpha)}{\sin(2\alpha)}$$

Add.-theorem $= \cos\alpha - \sin\alpha\frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha + \cos\alpha\sin\alpha} = \cos\alpha - \frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{2\cos\alpha}$

$$= \frac{2\cos^2\alpha - \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{2\cos\alpha} = \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{2\cos\alpha} = \frac{1}{2\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \quad X(H, Y) = \cot(2\alpha)\, Y + \frac{1}{2\cos\alpha}$$

b) $X(H,Y) = \frac{1}{2\cos\alpha} + Y\cot(2\alpha)$

$= \frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2\alpha}} + Y\cot(2\alpha)$, $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{h}{R}\right) = \sin^{-1}(H)$

$= \frac{1}{2\sqrt{1-H^2}} + Y\cot(2\sin^{-1}(H))$

$X^{(1)}(H) = -\frac{1}{4}(1-H^2)^{-3/2}(-2H) + Y(-1-\cot^2(2\sin^{-1}(H))) \cdot 2\frac{1}{\sqrt{1-H^2}}$

$= \frac{1}{2}\frac{H}{(1-H^2)^{3/2}} - Y\left(\frac{2}{\sqrt{1-H^2}} + \frac{2\cot^2(2\sin^{-1}(H))}{\sqrt{1-H^2}}\right)$

Nun können wir um H Taylorn. Dies liefert zwar nur eine Näherung für unser $X(H+dH,Y)$, da dH aber infinitesimal betrachtet wird ist dies legitim. Größere Ordnungen fallen auf Grund von $dH^i \to 0$ für $i \geq 1$

$\Rightarrow T_H(H+dH,H) = \frac{1}{2\sqrt{1-H^2}} + Y\cot(2\sin^{-1}(H))$

$+ \frac{H}{2(1-H^2)^{3/2}} - \frac{2Y}{\sqrt{1-H^2}} - \frac{2Y\cot^2(2\sin^{-1}(H))}{\sqrt{1-H^2}}$

Nun gilt: $X(H+dH,Y) - X(H,Y) = \frac{H}{2(1-H^2)^{3/2}} - \frac{2Y_S}{\sqrt{1-H^2}} - \frac{2Y_S\cot^2(2\sin^{-1}(H))}{\sqrt{1-H^2}} =$

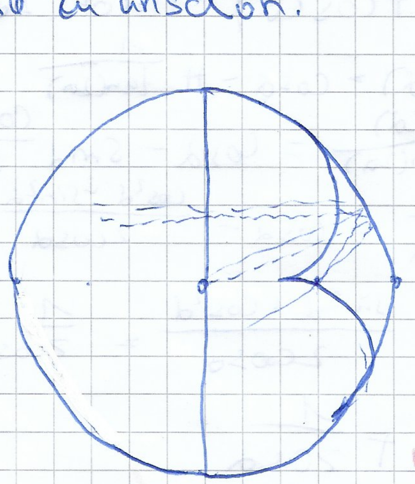
$\Leftrightarrow Y_S\left(\frac{2}{\sqrt{1-H^2}} + \frac{2\cot^2(2\sin^{-1}(H))}{\sqrt{1-H^2}}\right) = \frac{H}{2(1-H^2)^{3/2}}$

$\Leftrightarrow Y_S = \frac{H}{2(1-H^2)(2+2\cot^2(2\sin^{-1}(H)))}$

$X_S(H,Y_S) = \frac{1}{2\sqrt{1-H^2}} + Y_S\cot(2\sin^{-1}(H))$

$\Rightarrow R_S = \sqrt{X_S^2+Y_S^2}$ ... hab wohl was falsch gemacht, wird zu unschön. Ok

c)



1P

(15) a) $\sin(\alpha) = \frac{D}{4f}$ gilt offensichtlich, da

am sphärischen Spiegel an der Normale gebrochen wird. Dadurch dass es sich um einen sphärischen Spiegel handelt, liegt die Normale im Mittelpunkt des Kreises mit Radius $R = 2f$ (aus Vorlesung).

Damit gilt: $\sin\alpha = \frac{D/2}{2f} = \frac{D}{4f}$.

$S = 4f \frac{\sin\alpha(1-\cos\alpha)}{1-2\sin^2\alpha}$ einsetzen liefert:

$$= D \frac{1-\cos(\alpha)}{1-2\sin^2\alpha} = D \frac{1-\sqrt{1-\frac{D^2}{16f^2}}}{1-2\frac{D^2}{16f^2}}$$

Taylor um 0 von $\frac{D^2}{f}$ liefert wahrscheinlich das Ergebnis. Mehr kriege ich nicht hin.

1/2 P

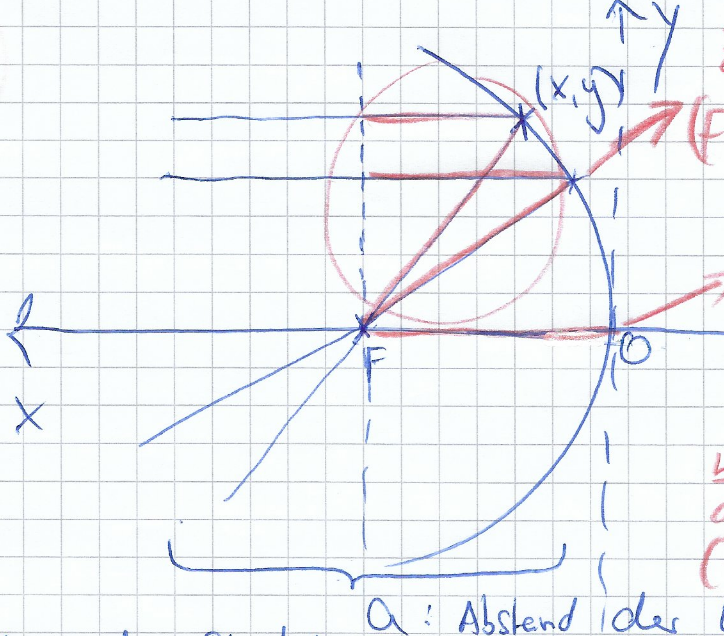
(16) Eigentlich würde ich mich ja echt gerne an den Demtröder (S. 297, Nr. 9.1, Lösung auf S. 440 in der 6 Auflage von Exp. II) halten, allerdings halte ich diese Lösung für sehr falsch, da

1) es wird nicht gezeigt, dass „alle Strahlen in einem Punkt ⇒ Paraboloid" sondern Paraboloid ⇒ alle Strahlen in einem Punkt.
2) Wie löst er bitte die Diffglg. $y'^2 - \frac{2(f-x)}{y} y' = 1$
3) Warum sollte $y = \sqrt{4fx}$ sein, wenn $y' = 2\sqrt{f/x}$
4) Was soll man mit $2yy' = 4f$ anfangen

Wäre super wenn du mir das Bestätigen könntest – oder eben widerlegen.

Stattdessen gebe ich mich nun mit einer eher nicht zufriedenstellenden Lösung ab (Danke erneut an den Martin an dieser Stelle, der diese Lösung erst möglich gemacht hat ...)

Wenn ich ebene Welle richtig verstehe, fallen die Strahlen alle parallel ein ...



Strahl parallel zur x-Achse: $(F-x)+\sqrt{(F-x)^2+y^2}$

Strahl auf x-Achse: $F+f$

beides muss gleich sein (für Brennpunkt)

⇓

$x = \frac{1}{4f} y$

Nun gilt ja, dass alle Strahlen den Weg in den Brennpunkt zurücklegen für beliebiges (x,y).

Für den Weg gilt: $s = (a-x) + \sqrt{(a-x)^2 + y^2}$ ✓

Wählt man nun geschickt a als Abstand der Lichtquelle so, dass $s = a$; die insgesamt zurückgelegte Strecke also dem Abstand der Lichtstrahlen entspricht, so vereinfacht sich die Gleichung zu:

$x = \sqrt{(a-x)^2 + y^2}$. Dies ist möglich, da man die Lichtstrahlen verlängern oder verkürzen kann und dann nur noch der optische Weg für einen bestimmten Teil entscheidend ist.

$$\Leftrightarrow x^2 = (a-x)^2 + y^2 \Rightarrow x^2 = a^2 + x^2 - 2ax + y^2$$

$$\Leftrightarrow 2ax = a^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a^2 + y^2}{2a} \Rightarrow \text{Parabel}$$

Ich glaube nicht, dass dies richtig ist, da man $s = a$ nicht für jeden Strahl des einfallenden Bündels erfüllen kann. Wenn man es überhaupt für einen Strahl erfüllen kann, dann muss dieser weit weg von der optischen Achse sein

1P