Hinweis

Die vorliegende Lösung wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde diese Lösung von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allem in einer anderen Farbe als dem üblichen Blau handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:
https://www.physics-and-stuff.com/

Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit der vorliegenden Lösungen! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.

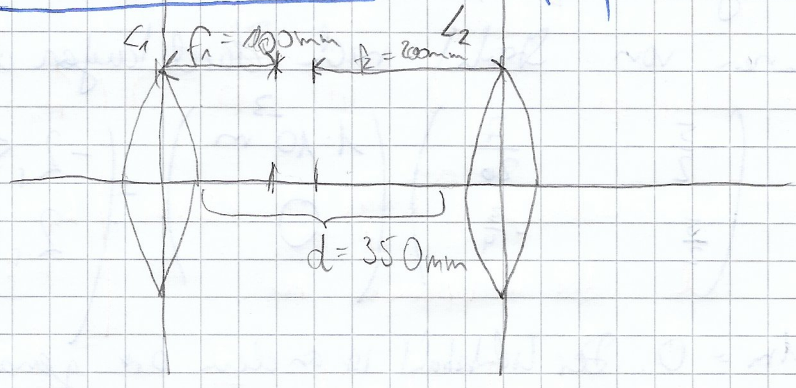
Marvin Zanke

Physik III Blatt 5 (2 Blätter)

a

1/1/1

1) a)



b) Brechung an L_1: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{pmatrix}$

Translation (ungestört): $\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

1

Brechung an L_2: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{pmatrix}$

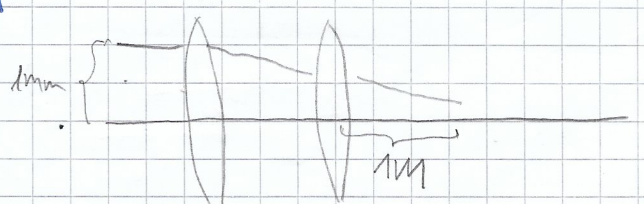
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{pmatrix} = L_S$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1-\frac{d}{f_1} & d \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\frac{d}{f_1} & d \\ -\left(\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}-\frac{d}{f_1 f_2}\right) & 1-\frac{d}{f_2} \end{pmatrix}$$

$$\underset{\text{einsetzen}}{=} \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{7}{20} \\ \frac{5}{2} & -\frac{3}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2{,}5 & 0{,}35 \\ 2{,}5 & -0{,}75 \end{pmatrix}$$

$$\left(-\frac{5}{2}\right)\left(-\frac{3}{4}\right) - \left(\frac{7}{20}\right)\left(\frac{5}{2}\right) = 1$$

c) Winkel bleibt danach gleich, bloß der Abstand ändert sich bei gerader Ausbreitung.



Nach Vorlesung gilt: $r_2 = r_1 + \alpha_1 \cdot l$

Zuerst Ausrechnen von Strahl nach Durchlaufen des Linsensystems:
$$\begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{7}{20} \\ \frac{5}{2} & -\frac{3}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \cdot 10^{-3} m \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2{,}5 \cdot 10^{-3} m \\ 2{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \end{pmatrix}$$

$r_2 = r_1 + \alpha_1 \cdot 1m = 0$. Der Lichtstrahl ist an dem Ort genau auf der optischen Achse.

18) Translations- und Brechungsmatrix aus Vorlesung bzw. Aufg. 17:
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 1 & d \\ -\frac{2}{R} & -\frac{2d}{R}+1 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 1-\frac{2d}{R} & 2d - \frac{2d^2}{R} \\ -\frac{4}{R}+\frac{4d}{R^2} & -\frac{2d}{R} + \left(1-\frac{2d}{R}\right)^2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 1-\frac{2d}{R} & 2d\left(1-\frac{d}{R}\right) \\ \frac{4}{R}\left(\frac{d}{r}-1\right) & \left(1-\frac{2d}{R}\right)^2 - \frac{2d}{R} \end{pmatrix} \overset{d=r}{\leadsto} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ Nach 4 Reflektionen ergibt sich: $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^2 = (-E_n)^2 = E_n$
$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1

19)

a) $$B\, f(\lambda_g) = \frac{n_b - n_r}{n_g - 1} \cdot f(\lambda_g) \stackrel{!}{=} f(\lambda_r) - f(\lambda_b) = A$$

2

$$A = f(\lambda_r) - f(\lambda_b) = \frac{f(\lambda_g)}{f(\lambda_g)} \cdot \frac{f(\lambda_r) - f(\lambda_b)}{1}$$

$$= \frac{f(\lambda_g) f(\lambda_r) - f(\lambda_g) f(\lambda_b)}{f(\lambda_g)} = \frac{\frac{k}{n_g - 1} \cdot \frac{k}{n_r - 1} - \frac{k}{n_g - 1} \cdot \frac{k}{n_b - 1}}{f(\lambda_g)}$$

$$= \frac{\frac{k^2}{n_r - 1} - \frac{k^2}{n_b - 1}}{(n_g - 1) f(\lambda_g)} = \frac{k^2 (n_b - 1) - k^2 (n_r - 1)}{(n_b - 1)(n_r - 1)(n_g - 1) f(\lambda_g)}$$

$$= \frac{k^2 (n_b - n_r)}{(n_b - 1)(n_r - 1)(n_g - 1) f(\lambda_g)} = \frac{f(\lambda_b) f(\lambda_r)(n_b - n_r)}{(n_g - 1) f(\lambda_g)}$$

$$= \frac{f^2(\lambda_g)(n_b - n_r)}{(n_g - 1) f(\lambda_g)} = \frac{n_b - n_r}{n_g - 1} \cdot f(\lambda_g) = B\, f(\lambda_g)$$

b) Es soll gelten (1) $f(\lambda_r) = f(\lambda_b)$. Da sich die Reziproken von Brennweiten addieren folgt: (1) $\Longleftrightarrow \frac{1}{\frac{1}{f_1(\lambda_r)} + \frac{1}{f_2(\lambda_r)}} = \frac{1}{\frac{1}{f_1(\lambda_b)} + \frac{1}{f_2(\lambda_b)}}$

$$\Longleftrightarrow \frac{f_1(\lambda_r) f_2(\lambda_r)}{f_1(\lambda_r) + f_2(\lambda_r)} = \frac{f_1(\lambda_b) f_2(\lambda_b)}{f_1(\lambda_b) + f_2(\lambda_b)}$$

$$\Longleftrightarrow f_1(\lambda_r) f_2(\lambda_r) \left[f_1(\lambda_b) + f_2(\lambda_b) \right] = f_1(\lambda_b) f_2(\lambda_b) \left[f_1(\lambda_r) + f_2(\lambda_r) \right]$$

$$\overset{\text{2-te Glg.}}{\underset{\text{vom Blatt}}{\Longleftrightarrow}} f_2(\lambda_r) f_1^2(\lambda_g) + f_1(\lambda_r) f_2^2(\lambda_g) = f_2(\lambda_b) f_1^2(\lambda_g) + f_1(\lambda_b) f_2^2(\lambda_g)$$

$$\Longleftrightarrow f_1^2(\lambda_g) \left(f_2(\lambda_r) - f_2(\lambda_b) \right) = f_2^2(\lambda_g) \left(f_1(\lambda_b) - f_1(\lambda_r) \right)$$

$$\overset{A = f(\lambda_r) - f(\lambda_b)}{\underset{= B f(\lambda_g)}{\Longleftrightarrow}} f_1^2(\lambda_g)\, B_2 f_2(\lambda_g) = -f_2^2(\lambda_g)\, B_1 f_1(\lambda_g)$$

$$\Longleftrightarrow \frac{B_1}{B_2} = -\frac{f_1(\lambda_g)}{f_2(\lambda_g)}$$

1

c) Tabelle liefert: $n_1(\lambda_r) = 1{,}514$, $n_1(\lambda_g) = 1{,}517$, $n_1(\lambda_b) = 1{,}522$

$n_2(\lambda_r) = 1{,}615$, $n_2(\lambda_g) = 1{,}620$, $n_2(\lambda_b) = 1{,}632$

Nach der Linsenschleiferformel gilt: $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

Für die gesamte Brennweite gilt $f(\lambda_g) = 0{,}25\,m$.

Außerdem addieren sich die Reziproken zu:

$B_1 = \frac{8}{517}$, $B_2 = \frac{17}{620}$ mit $B = \frac{n(\lambda_b) - n(\lambda_r)}{n(\lambda_g) - 1}$

(1) $\frac{1}{f_1(\lambda_g)} + \frac{1}{f_2(\lambda_g)} = \frac{1}{f(\lambda_g)}$. Nach b) gilt: $\frac{B_1}{B_2} = -\frac{f_1(\lambda_g)}{f_2(\lambda_g)}$ (2)

Daraus folgen 2 Glg. für $f_1(\lambda_g)$ und $f_2(\lambda_g)$.

(2) in (1) nach f_1 (f_2 ersetzen): $\frac{1}{f(\lambda_g)} = \frac{1}{f_1(\lambda_g)} + -\frac{B_1}{B_2} \cdot \frac{1}{f_1(\lambda_g)}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f(\lambda_g)} = \frac{1 - \frac{B_1}{B_2}}{f_1(\lambda_g)} = \frac{B_2 - B_1}{B_2} \cdot \frac{1}{f_1(\lambda_g)}$$

$$\Leftrightarrow f_1(\lambda_g) = f(\lambda_g) \cdot \frac{B_2 - B_1}{B_2}$$

(2) in (1) nach f_2 (f_1 ersetzen) liefert: $\frac{1}{f(\lambda_g)} = -\frac{1}{f_2(\lambda_g)} \cdot \frac{B_2}{B_1} + \frac{1}{f_2(\lambda_g)}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f(\lambda_g)} = \frac{1 - \frac{B_2}{B_1}}{f_2(\lambda_g)} = \frac{B_1 - B_2}{B_1} \cdot \frac{1}{f_2(\lambda_g)}$$

$$\Leftrightarrow f_2(\lambda_g) = f(\lambda_g) \frac{B_1 - B_2}{B_1}$$

Mit der Linsenschleiferformel gilt: $\frac{1}{f_2(\lambda_g)} = (n_2(\lambda_g) - 1)\left(\frac{1}{R_2} - \underbrace{\frac{1}{R_3}}_{0}\right)$

$$\Leftrightarrow R_2 = f_2(\lambda_g)(n_2(\lambda_g) - 1)$$
$$= f(\lambda_g) \cdot \frac{B_1 - B_2}{B_1} \cdot (n_2(\lambda_g) - 1) = -0{,}1197\,m$$

Außerdem: $\frac{1}{f_1(\lambda_g)} = (n_1(\lambda_g) - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f_1(\lambda_g)} = (n_1(\lambda_g) - 1)\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}(n_1(\lambda_g) - 1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{R_1}{f_1(\lambda_g)} + \frac{R_1}{R_2}(n_1(\lambda_g) - 1) = (n_1(\lambda_g) - 1)$$

$$\Leftrightarrow R_1\left(\frac{1}{f_1(\lambda_g)} + \frac{1}{R_2}(n_1(\lambda_g) - 1)\right) = n_1(\lambda_g) - 1$$

$$\Leftrightarrow R_1 = \frac{n_1(\lambda_g) - 1}{\frac{1}{f_1(\lambda_g)} + \frac{n_1(\lambda_g) - 1}{R_2}} = \frac{n_1(\lambda_g) - 1}{\frac{B_2}{f(\lambda_g)(B_2 - B_1)} + \frac{n_1(\lambda_g) - 1}{R_2}} = 0{,}0383\,m$$