

Hinweis

Die vorliegende Lösung wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde diese Lösung von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allem in einer anderen Farbe als dem üblichen Blau handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:

<https://www.physics-and-stuff.com/>

Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit der vorliegenden Lösungen! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.

Dieses Werk von [Marvin Zanke](#) ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung – Nicht-kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz](#).

9.57/70P

Nr. 1) 1) $\frac{d^2x}{dt^2} + \Gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = -\frac{e}{m_e} E_0 e^{-i\omega t}$

wobei $E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$

Als Ansatz wähle ich für das eingeschwungene System

$x(t) = x_0 e^{-i\omega t}$ ✓

$\Rightarrow \dot{x}(t) = -i\omega x_0 e^{-i\omega t} = -i\omega x(t)$

$\ddot{x}(t) = -\omega^2 x_0 e^{-i\omega t} = -\omega^2 x(t)$

$\Leftrightarrow -\omega^2 x(t) + \Gamma (-i\omega) x(t) + \omega_0^2 x(t) = -\frac{e}{m_e} E_0 e^{-i\omega t}$

$\Leftrightarrow -\omega^2 x_0 - i\omega \Gamma x_0 + \omega_0^2 x_0 = -\frac{e}{m_e} E_0$

$\Leftrightarrow x_0 (\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega \Gamma) = -\frac{e}{m_e} E_0$

$\Leftrightarrow x_0 = \frac{-\frac{e}{m_e} E_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega \Gamma}$ ✓

Für die Polarisierbarkeit gilt nun: $\alpha(\omega) = \frac{p(t)}{\epsilon_0 E(t)}$

$\Rightarrow \alpha(\omega) = \frac{-e x_0 e^{-i\omega t}}{\epsilon_0 E_0 e^{-i\omega t}} = -\frac{e}{\epsilon_0 E_0} x_0 = -\frac{e}{\epsilon_0 E_0} \frac{-\frac{e}{m_e} E_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega \Gamma}$

$= \frac{e^2}{\epsilon_0 m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega \Gamma}$ ✓

2) $\chi_r(\omega) = \rho \alpha(\omega)$, $\epsilon_r = 1 + \chi_r = [n(\omega) + ik(\omega)]^2$

$\Rightarrow n(\omega) + ik(\omega) = \sqrt{1 + \chi_r} \approx 1 + \frac{\chi_r}{2}$ ✓

$\Rightarrow n(\omega) + ik(\omega) \approx 1 + \frac{\rho \alpha(\omega)}{2} = 1 + \frac{1}{2} \rho \frac{e^2}{\epsilon_0 m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega \Gamma}$

$n(\omega) = \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\omega \Gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega \Gamma)(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega \Gamma)}$

$= \frac{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega \Gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2}$

$\Rightarrow n(\omega) + ik(\omega) \approx 1 + \frac{\rho e^2}{2\epsilon_0 m_e} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2} + i \frac{\rho e^2}{2\epsilon_0 m_e} \frac{\omega \Gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2}$ ✓

9.5
 7
 6
 2
 77.5/20
 Hüter


```

r = 300;
e = 1.6 * 10^-19;
e0 = 8.8 * 10^-12;
m = 9.1 * 10^-31;
g = 500;
w0 = 8000;

```

```

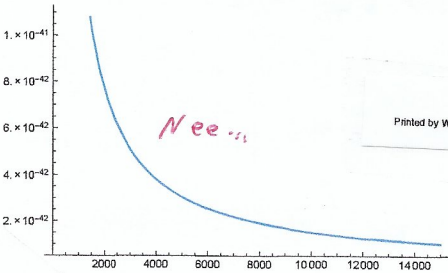
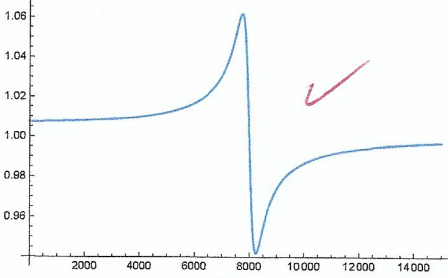
n[w_] := 1 + ((r * e^2) / (2 * e0 * m)) * ((w0^2 - w^2) / ((w0^2 - w^2)^2 + g^2 * w^2));
k[w_] := (r * e^2 * g * w) / (2 * e0 * m * ((w0^2 - w^2)^2 + g^2 * w^2));

```

```

Plot[{n[w]}, {w, 0, 15000}, PlotLegends -> "Expressions"]
Plot[{k[w]}, {w, 0, 15000}, PlotLegends -> "Expressions"]

```



3) Die Absorption nimmt mit steigender Anregungsfrequenz immer weiter ab. ✓

Der Brechungsindex steigt bis zur Resonanzfrequenz an, fällt kurz vorher sehr stark ab und ist bei w_0 etwa 1. Danach fällt der Brechungsindex weiter, bis er kurz nach w_0 wieder ansteigt und bei etwa 1 wieder sättigt.

Resonanzen in Lorentz- / Bohr-Modell?

Gemeinsamkeiten zwischen Bohr und Lorentz sind, dass man bei beiden Modellen einen festen Ort am jedes Teilchen zuteilt. Beide bewegen sich nach klassischen Gesetzen.

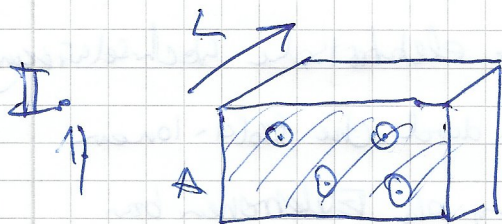
Die Unterschiede liegen auf der Hand: Das Lorentzmodell schwingt und verliert dadurch kontinuierlich Energie, während das Bohrmodell nur bei Bahnwechseln Energie abstrahlt und diese auf einer festen Bahn konstant ist während das Teilchen sich bewegt. ✓

Dies ist auch der Grund, dass das Lorentzmodell bei Wasserstoff Scheitert. Es kann keine diskreten Energieniveaus vorhersagen, sondern ~~es~~ kontinuierliche.

4) Normale Dispersion, kleinere Wellenlänge wird stärker gebrochen.

OK

Sattigt dann für zu kleine Frequenzen bei einem Wert $n_0 \Rightarrow$ nähert sich Lorentz-Resonanz



$$n = \frac{N}{V} = \frac{N}{A \cdot L}$$

6P/6P

Nun haben wir die Intensität die in jedem Längsstück etwas abgeschwächt wird, und zwar soviel, dass sie nicht durchkommt, wenn sie mit dem Wirkungswert eines Atoms kollidiert!

$\Rightarrow \frac{\sigma}{A}$ ist der Anteil eines Atoms an der Querschnittsfläche, die gefährlich (Absorption) für die Strahlung sein kann.

$\Rightarrow \frac{\sigma}{A} \cdot N/L$ ist die Fläche pro Längeneinheit, die im Schnitt gefährlich für die Strahlung wird.

$\frac{\sigma}{A} \cdot \frac{N}{L} = \dots \sigma \cdot n$. Hieraus ergibt sich eine

Diffglg: $\frac{dI}{dL} = -I \sigma \cdot n$ ✓

↳ Vorsicht, dass L in n ist $\neq dL$ da L in dL !

$$\Leftrightarrow \frac{dI}{I} = -\sigma n dL \Leftrightarrow \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\sigma n L + C$$

$$\Leftrightarrow C e^{-\sigma n L} = \frac{I}{I_0} \Leftrightarrow I \neq I_0 e^{-\sigma n L} \text{ und } I(0) = I_0 \Rightarrow C = 1$$

$$\rightarrow I(L) = I_0 e^{-\sigma n L} \rightarrow I = I_0 e^{-\sigma n L} \text{ nach } L=L$$

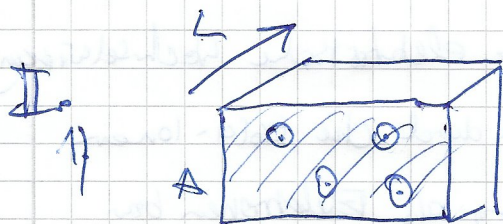
2) Tut er nicht. Der Bereich des Wirkungsquerschnitts ist selbst im klassischen Modell nicht der Bereich in dem sich immer ein Teil des Atoms ist, denn auch hier bewegen die Elektronen sich um den Kern. Außerdem können sich zwei Wirkungsquerschnitte überlagern und das Ergebnis verfälschen.

Bei dem erwähnten Beispiel kommt die elektrostatische Wechselwirkung hinzu. Elektronen und Neutronen werden durch die Gold-Ionen beeinflusst, da diese eine andere Ladung als Elektronen bzw. Neutronen aufweisen. Auch hier kann man keine klassische Wirkungsquerschnitt definieren. Das liegt aber auch an der Natur* der Teilchen
* Quanten

III. Man nehme einen Geltestab und reibe diesen an Wolle. Der Stab verliert dadurch Elektronen an die Wolle, da die Elektronen dort in einer niedrigeren Energiestufe sind. Nun kann man mit diesem geladenen Stab überprüfen ob er sich von anderen Gegenständen abstößt oder anzieht. Dabei muss man aufpassen, dass der andere Gegenstand ein guter Isolator ist und hier keine Influenz stattfinden kann, sonst würden die beiden Gegenstände sich auf jedenfall anziehen! OK. Genauigkeit?

** Diese Aussage möchte bewiesen werden, alternativ ist sie ungehalten.

Sattigt dann für zu kleine Frequenzen bei einem Wert $n_0 \Rightarrow$ nähert sich Lorentz-Resonanz



$$n = \frac{N}{V} = \frac{N}{A \cdot L}$$

67/6P

Nun haben wir die Intensität die in jedem Längsstück etwas abgeschwächt wird, und zwar soviel, dass sie nicht durchkommt, wenn sie mit dem Wirkungsquerschnitt eines Atoms kollidiert!

$\Rightarrow \frac{\sigma}{A}$ ist der Anteil eines Atoms an der Querschnittsfläche, die gefährlich (Absorption) für die Strahlung sein kann.

$\Rightarrow \frac{\sigma}{A} \cdot N/L$ ist die Fläche pro Längeneinheit, die im Schnitt gefährlich für die Strahlung wird.

$\frac{\sigma}{A} \cdot \frac{N}{L} = \dots \sigma \cdot n$, Hieraus ergibt sich eine

Diff'gl: $\frac{dI}{dL} = -I \sigma \cdot n$ ✓

↑ Vorsicht, dass L in n ist $\neq dL$ da l in dL !

$\Leftrightarrow \frac{dI}{I} = -\sigma n dL \Leftrightarrow \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\sigma n L + C$

$\Leftrightarrow C e^{-\sigma n L} = \frac{I}{I_0} \Leftrightarrow I \neq I_0 e^{-\sigma n L}$ und $I(0) = I_0 \Rightarrow C = I_0$

$\rightarrow I(L) = I_0 e^{-\sigma n L}$ ✓ $\rightarrow I = I_0 e^{-\sigma n L}$ ✓ nach $l=L$.

2) Tut er nicht. Der Bereich des Wirkungsquerschnitts ist selbst im klassischen Modell nicht der Bereich in dem sich ^{immer} ein Teil des Atoms ist, denn auch hier bewegen die Elektronen sich um den Kern. Außerdem können sich zwei Wirkungsquerschnitte überlagern und das Ergebnis verfälschen.

Bei dem erwähnten Beispiel kommt die elektrostatische Wechselwirkung hinzu. Elektronen und Neutronen werden durch die Gold-Ionen beeinflusst, da diese eine andere Ladung als Elektronen bzw. Neutronen aufweisen. Auch hier kann man keine klassische Wirkungsquerschnitt definieren. Das liegt aber auch an der Natur* der Teilchen
* Quanten-

III. Man nehme einen Geltestab und reibe diesen an Wolle. Der Stab ^{2 P / 4 P} ~~verloren~~ ^{verloren} dadurch Elektronen an die Wolle, da die Elektronen dort in einer niedrigeren Energiestufe sind. ^{**} Nun kann man mit diesem geladenen Stab überprüfen ob er sich von anderen Gegenständen abstößt oder anzieht. Dabei muss man aufpassen, dass der andere Gegenstand ein guter Isolator ist und hier keine Influenz stattfinden kann, sonst würden die beiden Gegenstände sich auf jedenfall anziehen! OK. Genauigkeit?

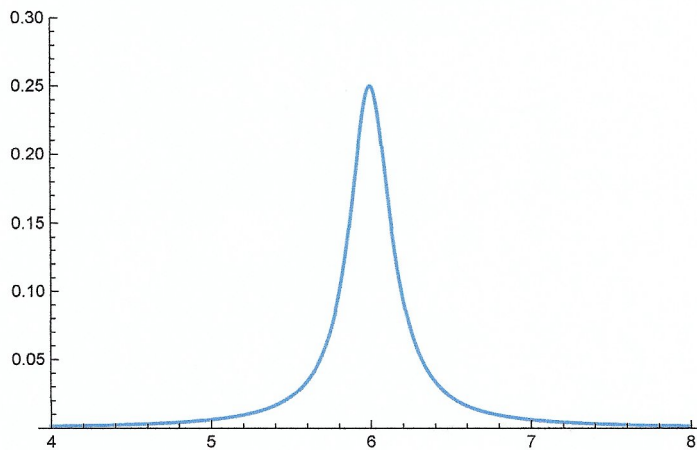
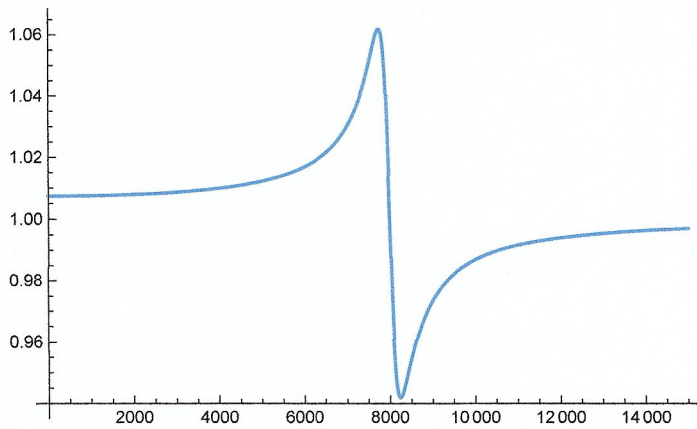
** Diese Aussage müsste bewiesen werden, alternativ ist sie logisch zu halten.

```
r = 300;  
e = 1.6*^-19;  
e0 = 8.8*^-12;  
m = 9.1*^-31;  
g = 500;  
w0 = 8000;
```

```
n[w_] := 1 + ((r * e^2) / (2 * e0 * m)) * ((w0^2 - w^2) / ((w0^2 - w^2)^2 + g^2 * w^2));  
Plot[{n[w]}, {w, 0, 15000}, PlotLegends -> "Expressions"]
```

```
r = 3;  
e = 1;  
e0 = 4;  
m = 5;  
g = 2;  
w0 = 6;
```

```
k[w_] := (r * e^2 * g * w) / (2 * e0 * m * (w0^2 - w^2)^2 + g^2 * w^2);  
Plot[{k[w]}, {w, 4, 8}, PlotLegends -> "Expressions", PlotRange -> {0, 0.3}]
```



Korrektur !