Hinweis

Die vorliegende Lösung wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde diese Lösung von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allem in einer anderen Farbe als dem üblichen Blau handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:
https://www.physics-and-stuff.com/

Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit der vorliegenden Lösungen! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.

Physik V Blatt 2

Trim Kasabaci
Marvin Zanke

⊛ einzige Besonderheit bei virtuellen Teilchen: $\tilde{m}_R = (E_R^2 - p_R^2)^{1/2}$, $\tilde{m}_R$ kann beliebige Werte annehmen

Aufgabe 1

1. $E = \sqrt{p^2 + m^2}$ rel. Energie-Impuls Bez. in nat. Einh.

$v = \beta$, $p = m\gamma\beta$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$$E^2 = p^2 + m^2 = \gamma^2 m^2 \beta^2 + m^2 = m^2(\gamma^2\beta^2 + 1)$$

$$p^2 = \gamma^2 m^2 \beta^2$$

$$\Rightarrow \frac{p^2}{E^2} = \frac{\gamma^2\beta^2}{\gamma^2\beta^2+1} = 1 - \frac{1}{\gamma^2\beta^2+1} = 1 - \frac{1}{\frac{\beta^2}{1-\beta^2}+1}$$

$$= 1 - \frac{1}{\frac{\beta^2 + (1-\beta^2)}{1-\beta^2}} = 1 - (1-\beta^2) = \beta^2 ✓$$

$$\Leftrightarrow \beta = \frac{p}{E} \quad 2$$

2. $$\begin{pmatrix} E_a \\ \vec{p}_a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_b \\ \vec{p}_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_c \\ \vec{p}_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_d \\ \vec{p}_d \end{pmatrix} \left[= \begin{pmatrix} E_R \\ \vec{p}_R \end{pmatrix} \right]$$

gilt das für das ? virtuelle ? Teilchen R auch?

kann man selbstverständlich auch zeilenweise lesen!

1 ↳ oder in nur 1. Zeile, mit 4 Vektoren

ja, das gilt immer (⊛)

3. $M_{\pi^0} = 135\,\text{MeV}$ $\quad \pi^0 \longrightarrow \gamma\gamma$

Unter der Annahme, dass sich das π^0 Pion nicht bewegt, ist seine Masse gleichzeitig seine gesamte Energie.

Ruhesystem ✓

$$\begin{pmatrix} E_{\pi^0} \\ \vec{p}_{\pi^0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{\gamma_1} \\ \vec{p}_{\gamma_1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_{\gamma_2} \\ \vec{p}_{\gamma_2} \end{pmatrix}$$

1.5

Da $\vec{p}_{\pi^0} = 0$, vereinfacht sich diese Gleichung zu:

$$E_{\pi^0} = E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2} \quad \text{und} \quad \vec{p}_{\gamma_2} = -\vec{p}_{\gamma_1}$$

Nehmen wir an, dass die Energie gleichmäßig auf beide Photonen verteilt wird, so gilt: $E_{\gamma_1} = 67{,}5\,\text{MeV}$

$E_{\gamma_2} = 67{,}5\,\text{MeV}$ ✓

richtig, aber woher weiß ich das? steht schon fast hier

$\beta_\gamma = ?$

4. $s = (P_{\gamma 1} + P_{\gamma 2})^2 = \left[\begin{pmatrix} E_{\gamma 1} \\ \vec{p}_{\gamma 1}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_{\gamma 2} \\ \vec{p}_{\gamma 2}\end{pmatrix}\right]^2$

$$= \begin{pmatrix} E_{\gamma 1}+E_{\gamma 2} \\ 0 \end{pmatrix}^2 = (E_{\gamma 1}+E_{\gamma 2})^2$$
$$= E_{\pi^0}^2 = m_{\pi^0}^2$$

Das ist die Gesamtenergie des Pions zum Quadrat.

Da die zu Beginn einlaufende Energie im Ruhesystem des Pions (Masse des Pions) bei Vernichtung des Teilchens erhalten bleiben muss entspricht dies auch exakt der Energie der beiden Photonen nach dem Zerfall.

Aus dem Ruhesystem des Pions betrachtet ist s also so etwas wie die Schwerpunktsenergie. ✓ 2

5. $$\underbrace{\begin{pmatrix} E_p \\ \vec{p}_p \end{pmatrix}}_{P_p} + \underbrace{\begin{pmatrix} E_\gamma \\ \vec{p}_\gamma \end{pmatrix}}_{P_\gamma} = \underbrace{\begin{pmatrix} E_R \\ \vec{p}_R \end{pmatrix}}_{P_R}$$

in diesem Fall:
- besser im ~~[illegible]~~ Laborsystem und nicht Schwerpunktsystem ausrechnen

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} E_p \\ \vec{p}_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_\gamma \\ \vec{p}_\gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_R \\ 0 \end{pmatrix}$ Da R in seinem R.S. ruht.

$\Leftrightarrow -\vec{p}_\gamma = \vec{p}_p$ und $P_R^2 = E_R^2 = E_p^2 + E_\gamma^2 + 2E_pE_\gamma$

für E_p gilt: $E_p^2 = m_p^2 + p_p^2 = m_p^2 + p_\gamma^2 = m_p^2 + E_\gamma^2$, weil $E_\gamma = p_\gamma$

$\Rightarrow P_R^2 = m_p^2 + E_\gamma^2 + E_\gamma^2 + 2E_\gamma\sqrt{m_p^2+E_\gamma^2}$ aber $E_\gamma = 1\,GeV$! gilt im Labor, nicht im Schwerpunktssystem

1 $= 5{,}622875 \cdot 10^{18}\ eV^2$ f

$\Rightarrow m_R = 2{,}37126\ GeV$ ff, $\beta = \frac{p_R}{E_R} = \frac{p_\gamma}{E_R} = \frac{p_\gamma}{\sqrt{m_R^2+p_\gamma^2}} = 0{,}328c$ 1

→ im Schwerpunktsystem wäre $\beta = 0$ f

6. (($E_p^2 = m_p^2 + T^2$ ↯, $E_p = m_p + T$

$\begin{pmatrix} E_R \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_p \\ \vec{p}_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_{\bar{p}} \\ \vec{p}_{\bar{p}} \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{p}_p = -\vec{p}_{\bar{p}},\ E_p^2 = E_{\bar{p}}^2 \Rightarrow \begin{pmatrix} E_R \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2E_p \\ 0 \end{pmatrix}$

wieso $\sqrt{\ldots}$? $E_R = E_\gamma + m_p$

$\Rightarrow P_R^2 = E_R^2 = 4E_p^2 = 4(m_p+T)^2 = 8{,}2745 \cdot 10^{18}\ eV^2$

2 $\Rightarrow m_R = 2{,}877\ GeV$ ✓ $\beta = \frac{p_R}{E_R} = 0$ ✓

Aufgabe 2

$p_{min} = 400\,MeV$, $p_{max} = 2800\,MeV$

$\tau = 26 \cdot 10^{-9}\,s$, $m_{\pi^\pm} = 140\,MeV$

~~$p = \gamma m_{\pi} v = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} m \beta \Leftrightarrow$~~

$E^2 = p^2 + m^2$, $E^2 - m^2 = p^2$

$\Rightarrow E_{min} = 423{,}7924\,MeV$

$E_{max} = 2803{,}4978\,MeV$

$\tau = 39{,}5 \cdot 10^{6}\,\frac{1}{eV}$ in natürlichen Einheiten

β schreiben

$1/2.\ 400\,MeV = \gamma m v = p \Leftrightarrow \frac{\beta^2}{1-\beta^2} m^2 = p^2$

$\beta = \frac{p}{E}$ geht schneller

$\Leftrightarrow \beta^2 m^2 = p^2 - p^2\beta^2$

$\Leftrightarrow \beta^2(m^2 + p^2) = p^2$

Zerfall nach Exponentialgesetz

$\Leftrightarrow \beta = \frac{p}{\sqrt{m^2+p^2}}$

$N = N_0 \cdot e^{-t/\tau}$

$\Rightarrow \beta_{min} = 0{,}9439 \cdot c$, $\beta_{max} = 0{,}9988c$

$0{,}9439 \cdot c \cdot \tau_{min} = 7{,}357\,m$

$0{,}9988c \cdot \tau_{max} = 7{,}7852\,m$

Kein Teilchen erreicht den Detektor (1)

Transformiert man die Eigenzeit, so gilt: $\tau' = \gamma\tau = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\tau$

„Strahl hat nur „einen" Impuls

$\Rightarrow \tau'_{min} = 7{,}8733 \cdot 10^{-8}$,

$\tau'_{max} = 5{,}30882 \cdot 10^{-7}\,s$

$0{,}9439 \cdot c \cdot \tau'_{min} = 22{,}28\,m$

$0{,}9988c \cdot \tau'_{max} = 158{,}963$

Die „schwächsten" Teilchen erreichen den Detektor knapp nicht, während die mit dem größten Impuls sogar noch viel weiter kommen würden.

s.o., Folgefehler (1.5)

$$p = \frac{p}{\sqrt{m^2+p^2}}, \quad \tau' = \gamma\tau = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\tau$$

$$\beta \cdot c \cdot \tau' = 33m \Leftrightarrow 33m = \frac{p \cdot c^{\cancel{\beta c}}}{\sqrt{m^2+p^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\tau$$

$$= \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} c\tau$$

$$\Leftrightarrow (33m)^2 = \frac{\beta^2}{1-\beta^2} c^2\tau^2$$

$$\Leftrightarrow (33m)^2 = \beta^2(c^2\tau^2 + (33m)^2)$$

$$\Leftrightarrow 33m = \beta\sqrt{(c^2\tau^2 + (33m)^2)}$$

$$= \frac{p}{\sqrt{m^2+p^2}}\sqrt{c^2\tau^2+(33m)^2}$$

$$\Leftrightarrow (33m)^2 = \frac{p^2}{m^2+p^2}(c^2\tau^2+(33m)^2)$$

$$\Leftrightarrow (33m)^2 m^2 = p^2(c^2\tau^2+(33m)^2-(33m)^2)$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{(33m)m}{\sqrt{c^2\tau^2}}$$

falsche Lebensdauer

Exponentialansatz

Vorsicht! m: Masse und m: Einheit Meter

0.5

$33m \hat{=} 167{,}235 \cdot 10^6 \frac{1}{eV} \Rightarrow p = 592{,}718 \cdot 10^6\ eV$

Ab 592,718 MeV erreichen die Pionen den Detektor.

Also kommen $\frac{|2207{,}82|\,MeV}{|2400|\,MeV} = 91{,}99\%$ an.

4. Ungeladenen Pionen (π^0) zerfallen nach Aufgabe 1.2 in zwei Photonen. 0 weitere Gründe?

3. $N(t) = N_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\quad \frac{N(t)}{N_0} = 0{,}01 = e^{-\frac{t}{\tau}}$

?

$t = \frac{s}{v} =$

Aufgabe 3

Zentraler elastischer Stoß des Neutrons mit dem Kern

$$\frac{1}{2} m_n v_n^2 = \frac{1}{2} m_n v_n'^2 + \frac{1}{2} m_K \cdot v_K'^2$$

$$\Leftrightarrow \quad m_n (v_n^2 - v_n'^2) = m_K v_K'^2 \qquad (1) \qquad \text{Energieerhaltung}$$

$$m_n \cdot v_n = m_n v_n' + m_K v_K'$$

$$\Leftrightarrow \quad m_n (v_n - v_n') = m_K v_K' \qquad (2) \qquad \text{Impulserhaltung}$$

Gleichung (1) durch (2) dividieren liefert:

$$v_n + v_n' = v_K'$$ genial

in (2) einsetzen $\Rightarrow$ $m_n (2 v_n - v_K) = m_K v_K$

$$\Leftrightarrow \quad v_K' = \frac{2 m_n v_n}{m_n + m_K}$$

Notation: hätte dann auch hier H, N anstatt P, N beibehalten

für H: $v_p = \dfrac{2 m_n v_n}{m_n + m_p}$

für N: $v_N = \dfrac{2 m_n v_N}{m_n + m_N}$ $\quad \Rightarrow \quad \dfrac{v_p}{v_N} = \dfrac{m_n + m_N}{m_n + m_p}$

$$\Rightarrow \quad \frac{E_{kin,p}}{E_{kin,N}} = \frac{m_p v_p^2}{m_N v_N^2} = \frac{m_p}{m_N} \left(\frac{m_n + m_N}{m_n + m_p} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \sqrt{\frac{E_{kin,p}}{E_{kin,N}} \frac{m_N}{m_p}} = \frac{m_n + m_N}{m_n + m_p}$$

$$\Leftrightarrow \quad m_N = \sqrt{\frac{E_{kin,p}}{E_{kin,N}} \frac{m_N}{m_p}} \cancel{\ldots} (m_n + m_p) - m_n$$

$$\Leftrightarrow \quad m_N - \sqrt{\frac{E_{kin,p}}{E_{kin,N}} \frac{m_N}{m_p}}\, m_p = m_n \left(\sqrt{\frac{E_{kin,p}}{E_{kin,N}} \frac{m_N}{m_p}} - 1 \right)$$

$$\Leftrightarrow \quad m_n = \frac{m_N - \sqrt{\frac{E_{kin,p}}{E_{kin,N}} \frac{m_N}{m_p}}\, m_p}{\sqrt{\frac{E_{kin,p}}{E_{kin,N}} \frac{m_N}{m_p}} - 1}$$

$$\Rightarrow \quad m_n \approx 1{,}90 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} = 1{,}07\ \text{GeV}$$

Literaturwert: $m_n = 939{,}565$ MeV

$\Rightarrow$ ca. 14% Abweichung

und jetzt noch $v_n = ?$

E_{kin}

(8)

Aufgabe 4

Für die Kraft in y-Richtung gilt: $F_y = q \cdot E$

Für die Kraft in x-Richtung gilt: $F_x = q \cdot v \cdot B$

In z-Richtung gibt es keine Kraft.

$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{q}{m} E \Rightarrow y(t) = \frac{q}{2m} E t^2 \quad (1)$$

$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{q}{m} vB \Rightarrow x(t) = \frac{q}{2m} vBt^2 \quad (2)$$

Sei nun l die Strecke, die das Teilchen in t zurücklegt. Dann gilt: $l = v \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{l}{v}$

$$(1) \Leftrightarrow y(t) = \frac{q}{2m} E \frac{l^2}{v^2}$$

$$(2) \Leftrightarrow x(t) = \frac{q}{2m} vB \frac{l^2}{v^2} = \frac{q}{2m} B \frac{l^2}{v} \Leftrightarrow v = \frac{qBl^2}{2m x(t)}$$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow y(t) = \frac{q}{2m} E l^2 \frac{4m^2 x^2(t)}{q^2 B^2 l^4}$$

$$= \frac{2qmEl^2}{q^2B^2l^4} x^2(t) = \frac{2mE}{qB^2l^2} x^2(t)$$ ✓

6

l ist dabei nun die Strecke, welche das Teilchen bereits in z-Richtung zurückgelegt hat.* Dies ist eine Art „Streckfaktor". Umso weiter der Weg durch den Magnet, umso größer ist die Ablenkung und damit auch Größe der Parabel.

* Die Länge des Magneten / Kondensators

Außerdem ist es für die Form irrelevant, wie lang die Strecke nach dem Magneten ist, da dies eine gleichförmige, unbeschleunigte Bewegung beschreibt und dies ebenfalls bloß eine Streckung ist.

Da $x(t)$ nur geschwindigkeitsabhängig ist, wird jeder Punkt der Parabel erreicht.

1A

d.h. wir bräuchten auch alle denkbaren Geschwindigkeiten?

26.5/40