Hinweis

Die vorliegende Lösung wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde diese Lösung von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allem in einer anderen Farbe als dem üblichen Blau handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:
https://www.physics-and-stuff.com/

Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit der vorliegenden Lösungen! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.

Physik IV Blatt 3

Timm Kasbach
Marvin Zanke

Aufgabe 1

1. Weizsäcker-Massen-Formel:

$$M(A,Z) = N \cdot M_n + Z M_p + Z m_e - a_v \cdot A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(N-Z)^2}{4A} + a_p \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

zB: $a_v = 15{,}67 \frac{MeV}{c^2}$ $a_s = 17{,}23 \frac{MeV}{c^2}$, $a_c = 0{,}714 \frac{MeV}{c^2}$

$a_a = 93{,}15 \frac{MeV}{c^2}$ $a_p = 11{,}2 \frac{MeV}{c^2}$, $\delta = +1 / -1$ oder 0
uu gg ug/gu

$N = A - Z$

$$M(Z) = (A-Z) M_n + Z M_p + Z m_e - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(A-2Z)^2}{4A} + a_p \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

$$= Z(M_p - M_n + m_e) + A M_n - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{A^2 + 4Z^2 - 4AZ}{4A} + a_p \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

1 $$= Z^2 \left(\frac{a_c}{A^{1/3}} + \frac{a_a}{A} \right) + Z(M_p - M_n + m_e - a_a) \underbrace{+ A M_n - a_v A + a_s A^{2/3} + \frac{a_a A}{4} + \frac{a_p \delta}{A^{1/2}}}_{\text{Offset y-Richtung}}$$

3

Der Graph ist eine Parabel! ✓

2. a) Wenn A ungerade ist, gilt definitiv ug oder gu für die Kerne, da A sonst gerade wäre $\Rightarrow \delta = 0$
$\Rightarrow$ Nur 1 Kurve. ✓

b) 2 verschiedene Kurven, da A gerade bedeutet, dass Z und N gg bzw. uu sein müssen $\Rightarrow \delta = \pm 1$
$\Rightarrow$ 2 Kurven

1.5

3. Ableiten liefert: $M'(Z) = 2Z\left(\frac{a_C}{A^{1/3}} + \frac{a_a}{A}\right) + (M_p - M_n + m_e - a_a) \overset{!}{=} 0$

$$\Leftrightarrow Z_0 = \frac{M_n + a_a - m_e - M_p}{2\left(\frac{a_C}{A^{1/3}} + \frac{a_a}{A}\right)}$$

$A^{1/3}$

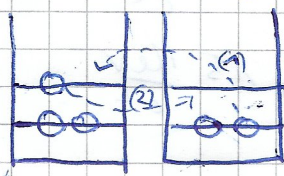
0.5

Element, bei dem die gewogene Masse bei A = konst am Geringsten ist.

liegen ja auf einer ? Parabel

4. Bei ug (und gu) Kernen gilt, dass A ungerade ist.

Als Beispiel nehmen wir ^5_3Li, ^5_2He



$A = N + Z \Leftrightarrow N = A - Z$

Es gibt genau einen stabilen ug Kern. ✓

Das liegt daran, dass wenn wir bei Fall (1) oder (2) ein Proton/Neutron auf die jeweils andere Schale tun würden, so müsste dieser Kern wieder in den ursprünglichen Kern (energetisch günstiger - bzw. sogar am günstigsten!) zerfallen, da dieser ja als stabil angenommen wurde.

1

Bei gg-Kernen ist A gerade, die Schale auf der ein „Teil" weggenommen wird ist weiterhin besetzt, während für den anderen Baustein eine neue Schale/Energieniveau angefangen werden müsste. Wenn dieser stabil ist, so muss es also mindestens noch einen stabilen geben.

5. Ja, wenn z.B. ein Neutron in ein Proton zerfallen kann, sodass danach die Protonenzahl gerade ist, und die Neutronenzahl, so ist dies nur energetisch günstiger, wenn die Coulombabstoßung den Gewinn durch den Paarungsterm nicht wieder aufhebt. Bei Proton → Neutron kann es passieren, dass der Gewinn durch den Paarungsterm(*) kleiner als der Verlust durch den (quadr.) Asymmetrieterm asymmetrischen Kern ist.

1.5

(*) und Wegfall eines Teil des Coulombterms

Aufgabe 2

für zwei Isospin $\frac{1}{2}$ Teilchen gilt $\begin{cases} |1,1\rangle & pp \\ |1,0\rangle, \ |0,0\rangle & np/pn \\ |1,-1\rangle & nn \end{cases}$

Triplett Zustand — Singlett Zustand

für die Kernwellenfunktion

$$\Psi_A = \Psi_A^{Ort} \Psi_A^{Spin} \Psi_A^{Isospin}$$

glaub ich nicht
starke WW macht keinen Unterschied

$\Psi_A^{Isospin}$ ist identisch für Zustände des Tripletts $\neq$ Singletts

$\Rightarrow$ Die starke Kraft zwischen Nukleonen ist die Gleiche, wenn identische Wellenfunktionen vorliegen. Da Singlett- und Triplett-Zustand verschiedene $\Psi_A^{Isospin}$ haben, ist die Kernwellenfunktion Ψ_A auch unterschiedlich.

Daraus kann man entnehmen, dass das Deuteron im Singlett Zustand $|0,0\rangle$ ist, da sonst auch ein gebundener nn-Zustand möglich wäre.

3.5

zu 1.4:
bitte bei mir auf Schalenmodell argumentieren

zu 1.5:
ja, Bild wäre schön gewesen

Aufgabe 3

1. $\underbrace{J_1^{P_1} = \frac{1}{2}^+ , J_2^{P_2} = \frac{1}{2}^+}$ $L = 1$

koppeln zu $J' \in [0, 1] \subseteq \mathbb{N}$

$\Rightarrow J'$ koppelt mit $L = 1$ zu

ist dieser hier $J^{(P)} \in [0, 2] \subset \mathbb{N}$ ~~Abstand~~ ist bei euch $1 \in \{0, 2\}$?

Parität $(-1)^l$ für den Bahndrehimpuls koppelt zu... hoffentlich

$P = (-1)$ weil $P_1 = +$, $P_2 = +$ und die

Wellenfunktionen $\psi = \psi_{Ort} \cdot \psi_{Spin_1} \cdot \psi_{Spin_2}$ und

damit die Paritäten multiplikativ sind. $J^P = 0^-; 1^-; 2^-$

2. $J_1^{P_1} = \frac{3}{2}^+$, $J_2^{P_2} = \frac{1}{2}^-$, $L = 0$

$J' \in \{1, 2\}$, ~~M~~

$\Rightarrow J^P \in \{1, 2\}$, $P = (-1)$ ✓

3. $\underbrace{J_1^{P_1} = 1^+ , J_2^{P_2} = 0^+}$, $L = 2$

falsch $J' = 1$

$J' \in \{0, 1\} \Rightarrow J \in \{0, \dots, 2\} \cup \{1, \dots, 3\}$

$P = (+1)$

↳ also $J \in$

die steht ja schon hier drin

5/6

$J^P \in \{1^+, 2^+, 3^+\}$

Aufgabe 4

1. $T_{1/2} = 5730\,a$

$$N(t) = N_0\, e^{-\ln(2)\frac{t}{T_{1/2}}}$$

$$\Rightarrow \frac{N(900a)}{N_0} = e^{-\ln(2)\frac{900}{5730}} = 0{,}897$$

$$\Rightarrow \frac{^{14}C}{^{12}C} = 1{,}345 \cdot 10^{-12}$$

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} = \lambda N(t)$$

$$\frac{A(900a)}{A(0)} = \frac{\lambda N(900a)}{\lambda N(0)} = 0{,}897$$

absolute Werte für die Aktivitäten 1.5

2. $N(t) = N_0\, e^{-\ln(2)\frac{t}{T_{1/2}}}$

$$\Leftrightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\ln(2)\frac{t}{T_{1/2}}}$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -\ln(2)\frac{t}{T_{1/2}}$$

$$\Leftrightarrow t = -T_{1/2}\frac{\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)}{\ln(2)}$$

$$\Rightarrow t = 731{,}325\,a$$

$$\Delta t = \sqrt{\left(\frac{\partial t}{\partial N(t)}\Delta N(t)\right)^2}$$

4

$$\Rightarrow t = (731{,}325 \pm 30{,}104)\,a$$

Aufgabe 5

1. ${}^{6}_{4}Be \Rightarrow$ Spiegelkern: ${}^{6}_{2}He$, da $Z=2$: Helium ✓ ①

2. ${}^{6}_{4}Be$: 4 Protonen und 2 Neutronen gg-Kern
${}^{6}_{3}Li$: 3 Protonen und 3 Neutronen uu-Kern
${}^{6}_{2}He$: 2 Protonen und 4 Neutronen gg-Kern ✓ ①

3. ⓪

4. Die Energiedifferenzen bei den Tripplett Zuständen entstehen durch unterschiedliche Terme der Coulomb-Abstoßung und durch den ~~Asymmetrieterm~~ sowie durch die unterschiedlichen Protonen/Neutronen-Masse.
→ ja, genauer!
→ Ges. genauer!
brauchen wir hier nicht
aber besser erklären
②/4

5.

Aufgabe 6

1. $D + D \rightarrow {}^3He + n$

$E_{B,D} \approx 2{,}22\,MeV$, $E_{B,He3} \approx 7{,}8\,MeV$

$$E = 2 \cdot (\cancel{m}_p + \cancel{m}_n - E_{B,D}) - (2\cancel{m}_p + \cancel{m}_n - E_{B,He3} + \cancel{m}_n)$$

$$= E_{B,He3} - 2E_{B,D}$$

$$\Rightarrow E \approx 3{,}36\,MeV$$

Masseterme sollten sich wegkürzen

⋮

wieso dann 2 Nachkommastellen

2. $D + {}^3He \rightarrow {}^4He + p$

$E_{B,He4} \approx 28{,}4\,MeV$

$$E = \cancel{m}_p + \cancel{m}_n - E_{B,D} + 2\cancel{m}_p + \cancel{m}_n - E_{B,He3} - (2\cancel{m}_p + 2\cancel{m}_n - E_{B,He4} + \cancel{m}_p)$$

$$= E_{B,He4} - E_{B,D} - E_{B,He3}$$

$$\Rightarrow E \approx 18{,}38\,MeV$$

29.5/40