

## Hinweis

Die vorliegende Lösung wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde diese Lösung von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allem in einer anderen Farbe als dem üblichen Blau handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:

<https://www.physics-and-stuff.com/>

**Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit der vorliegenden Lösungen! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.**

Dieses Werk von [Marvin Zanke](#) ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung – Nicht-kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz](#).

Nr. 1  $\frac{^{235}\text{U}}{^{238}\text{U}} = \frac{1}{138}$

$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$  mit  $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$

$\Rightarrow N_{^{235}}(t) = N_0^{^{235}} e^{-\frac{\ln(2)}{T_{1/2}^{^{235}}} t}$ ,  $N_{^{238}}(t) = N_0^{^{238}} e^{-\frac{\ln(2)}{T_{1/2}^{^{238}}} t}$

$\frac{1}{138} = \frac{N_{^{235}}(t)}{N_{^{238}}(t)} = \frac{N_0^{^{235}}}{N_0^{^{238}}} \cdot e^{-\ln(2)t \left[ \frac{1}{T_{1/2}^{^{235}}} - \frac{1}{T_{1/2}^{^{238}}} \right]}$

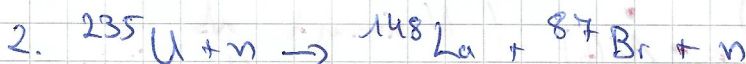
$\Leftrightarrow -\ln(138) = -\ln(2)t \left[ \frac{T_{1/2}^{^{238}} - T_{1/2}^{^{235}}}{T_{1/2}^{^{235}} \cdot T_{1/2}^{^{238}}} \right]$

$\Leftrightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{2}{138}\right) \cdot T_{1/2}^{^{235}} \cdot T_{1/2}^{^{238}}}{T_{1/2}^{^{238}} - T_{1/2}^{^{235}}}$

$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\log a}{\log b}$

$\log a + \log b$   
 $\log\left(\frac{1}{138}\right) = -\log(138)$   
 (1.5)

$= 3,8107 \cdot 10^3 \text{ Jahre}$  (V)



$E_{B,^{235}\text{U}} = 1783,885 \text{ MeV}$

$E_{B,^{148}\text{La}} = 1213,09 \text{ MeV}$

$E_{B,^{87}\text{Br}} = 748,68 \text{ MeV}$

$\Delta E = E_{B,^{148}\text{La}} + E_{B,^{87}\text{Br}} - E_{B,^{235}\text{U}}$   
 $= 177,885 \text{ MeV}$

molare Masse:  $M_{^{235}\text{U}} = 235,04392996 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

$\Delta E_{\text{ges}} = \frac{M}{M_{^{235}\text{U}}} \cdot \Delta E$   
 $= 4,558 \cdot 10^{29} \text{ eV}$  ✓



$E_{B,\text{D}} = 2,22 \text{ MeV}$

$\Delta E = E_{B,^4\text{He}} - (E_{B,\text{D}} + E_{B,\text{T}})$

$E_{B,\text{T}} = 848 \text{ MeV}$

$= 17,6 \text{ MeV}$

$E_{B,^4\text{He}} = 28,3 \text{ MeV}$

molare Massen:

$\text{D}_2\text{O} : M = 20,0286 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

$\text{T}_2\text{O} : M = 22,0315 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

Sowohl  $D_2O$ , als auch  $T_2O$  haben ein 2:1 Verhältnis an D bzw. T in Bezug auf O.

$\Rightarrow$  Anteil an D:  $2,00447 \cdot 10^{22} \frac{1}{g}$   
 $T: 1,8222 \cdot 10^{22} \frac{1}{g}$

ja aber das Verhältnis  $D$  bzw.  $T$  zu  $D_2O$  /  $T_2O$  ist auch 2:1

$\Delta E_{ges} = 1,8222 \cdot 10^{22} \frac{1}{g} \cdot \Delta E$   
 $= 3,207 \cdot 10^{23} \text{ eV}$

$\Rightarrow$  Bei der ersten Reaktion wird  $10^6$  mal mehr Energie frei.

(2) ist auch OCMer!

$\Rightarrow$  Anteil  $D = \frac{N_A}{M(D_2O)}$  (2) und nicht (2/3)

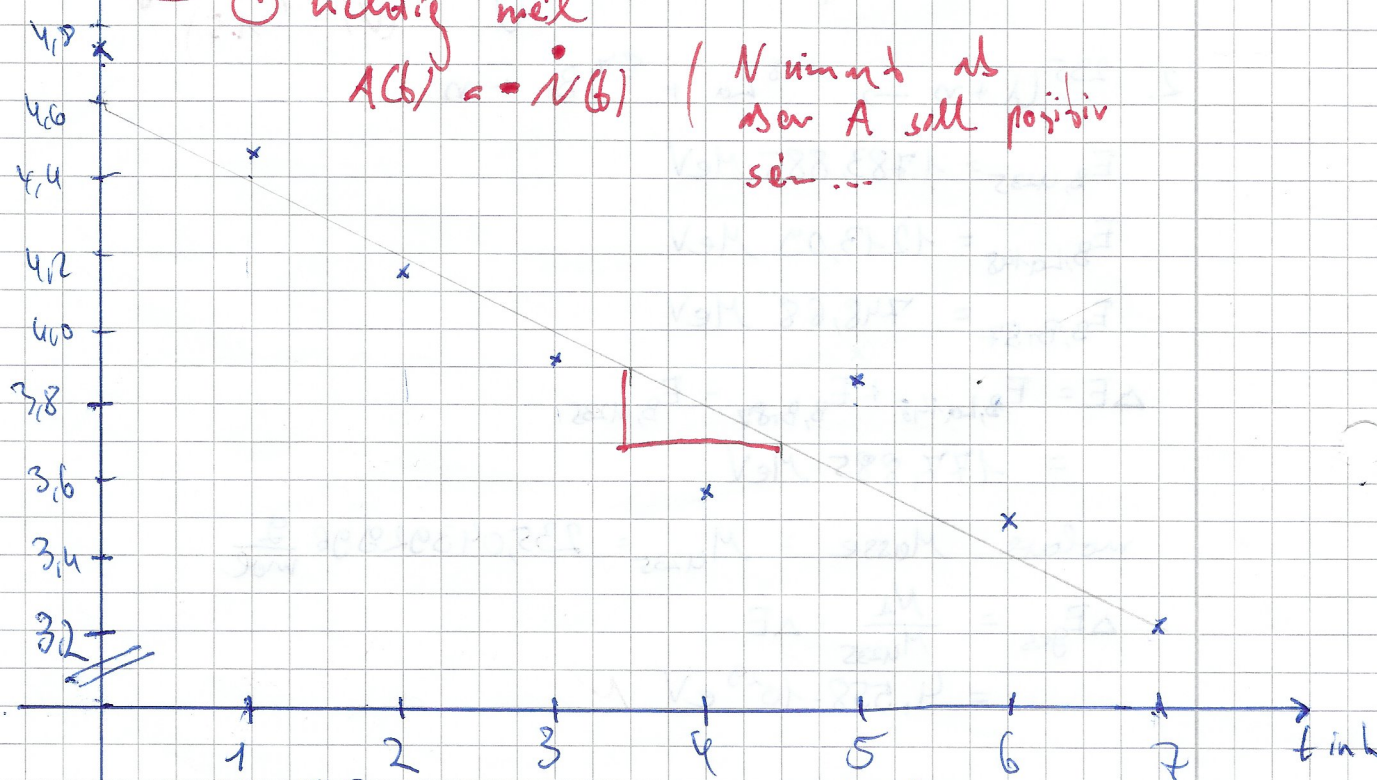
3. Es gilt:  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$   
 $\rightarrow \dot{N}(t) = -\lambda N(t)$

$\lambda = \frac{\ln(N_0)}{T_{1/2}}$   
 $\Leftrightarrow \ln(N(t)) = \ln(N_0) - \lambda t$

$\ln(N(t))$  mit A

(2) wichtig mit

$A(t) = -\dot{N}(t)$  (N nimmt ab aber A soll positiv sein...)



$-\lambda = m = \frac{3,9 - 3,7}{-1h} = -0,2 \Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{0,2} = 3,466 \text{ h}$

Nam, nicht mit  $\sqrt{N}$  Fehler übertragen (f)

$\hookrightarrow$  Begründung? (3/4)

Nr. 2

$$1. M(A, Z) = (N \cdot m_N + Z \cdot m_p + Z m_e) - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{R^{1/3}}$$

Zu vernachlässigen sind für große Werte von  $A$  nur der Paarungsterm und der Oberflächen-term. Das der

$$\left. \begin{aligned} &+ a_c \frac{(N-Z)^2}{4A} + a_p \delta / A^{1/2} \\ &= \frac{(A-Z)^2}{4A} a_c \end{aligned} \right\}$$

Paarungsterm sehr klein wird, sieht man sofort, da nur  $A$  in der Formel vorkommt. ?

für die Oberfläche gilt außerdem:  $\frac{\text{Oberfläche}}{\text{Volumen}} = \frac{4\pi R^2}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3}{R} \propto A^{-1/3} \rightarrow 0$   
im Tropfenmodell für  $A \rightarrow \infty$ . *auch da, was aber nicht beachtet*

⚡ Die anderen Terme sind nicht zu vernachlässigen, da nicht klar ist, in welchem Verhältnis  $\frac{N}{Z}$  steht  
*hmm*

2. Bei schweren Kernen kann durch Protonemission zwar Bindungsenergie <sup>← pro Nucleon</sup> gewonnen werden, dafür hat der Kern allerdings ausgel. ein gebundenes Nucleon weniger. Während der Austritt hier relativ gering ist, kann man durch Emission eines Helium-Kerns mehr Bindungsenergie pro Nucleon für den verbleibenden Kern erreichen und zusätzlich noch Bindungsenergie des  $\alpha$ -Teilchens gewinnen, welche einen sehr hohen Wert für kleine Ordnungszahlen (Vergleichen mit den anderen Elementen) annimmt. Proton alleine keine Bindungsenergie! gut (2)

3. Im Grunde zerfällt der Kern eher über  $\alpha$ -Zerfall als Deuteron oder Tritium-Zerfall. *✓* Allerdings ist es immer noch wahrscheinlicher, dass er mit einem Tritium-Zerfall zerfällt, als mit Deuteron, da der Zugewinn an Bindungsenergie pro Nucleon ( $\approx 2$  MeV/Nucleon) größer ist als für Deuteron ( $\approx 1,1$  MeV/Nucleon) und der

Verlust an Bindungsenergie durch die geringere Nucleonen Zahl  
Im verbleibenden Kern trotz gleichzeitiger Erhöhung der  
Bindungsenergie an Kern für große Ordnungszahlen. (1.5)

~~Wichtig~~ alle Beispielen Argumente werden genannt. (3)

$$4. M(A, Z) = (N \cdot m_N + Z \cdot m_p + Z \cdot m_e) - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \\ + a_a \frac{(N-Z)^2}{4A} + a_p \frac{8}{A^{1/2}}$$

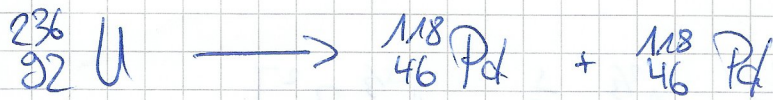
Im Antisymmetrieterm sind Proton und Neutron völlig gleichberechtigt, (3) (3)  
sowie in allen anderen Termen ebenfalls ( $A \approx Z + N$ ). Der  
einzigste Term, der einzig und allein für das Proton die  
Bindungsenergie verringert, ist der Coulombterm. Dadurch sind  
Neutronen stärker gebunden als Protonen. (1)

(2.5)

(3) allerdings kann  
man nicht ohne weiteres  
die pauschale Aussage  
machen...

(3) um wenn  $Z=N$ ,  
das ist aber für stabile  
starke Kerne nicht gegeben  
und das ist eben nicht der  
Fall, weil der Coulombsterm  
für stabile Kerne kompensiert  
werden muss (durch mehr  
Neutronen)

Nr 3



Der einzige elektrostatische Term in der Weizsäcker Massenformel ist der Coulombterm  $E = E_c = a_c \frac{z^2}{A^{1/3}}$

Für den oberen Zerfall gilt nun:

$$\begin{aligned} E' &= E_c' + E_c^2 = a_c \frac{(Z/2)^2}{(A/2)^{1/3}} + a_c \frac{(Z/2)^2}{(A/2)^{1/3}} \\ &= a_c \frac{z^2}{A^{1/3}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1/3} + a_c \frac{z^2}{A^{1/3}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1/3} \\ &= a_c \frac{z^2}{A^{1/3}} \cdot \left[ 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1/3} \right] \end{aligned}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2/3} \approx 0,63$$

$$\Rightarrow E - E' = \Delta E = \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2/3}\right) \cdot a_c \frac{z^2}{A^{1/3}}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta E &\approx 0,37 a_c \frac{z^2}{A^{1/3}} \text{ frei werdende} \\ &\approx 362 \text{ MeV} \quad \text{Energie } \checkmark \end{aligned}$$

Die insgesamt frei werdende Energie berechnet sich zu:

$$B(236, 92) = 1790, 41 \text{ MeV}$$

$$B(118, 46) = 991, 89 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow \Delta E = 191, 376 \text{ MeV} \quad (2)$$

Offensichtlich ist die elektrostatisch frei werdende Energie kompensiert durch andere Energieverluste in der Weizsäcker Massenformel **welche sind das?**

**→ Oberflächenergie! sieh auch hier**

2. Der Oberflächenterm und Coulombterm sind für die Spaltung **verantwortl.**

Während der Oberflächenterm bei Spaltung größer wird, vermindert sich die Coulombabstoßung durch die Deformation und letztendlich Spaltung des

"Tropfchens" (1)

Bei  ${}_{94}^{243}\text{Pu}$  wird die meiste Energie frei **frei**

$$3. E_D = G^2 \left[ \underbrace{\frac{2}{5} a_s A^{2/3}}_{(1)} - \underbrace{\frac{1}{5} a_c A^{-1/3}}_{(2)} Z^2 \right]$$

Durch das Modell des Ellipsoids erhält man einige Korrekturen für die Bindungsenergie in der W.S.M.F.:

Während der Oberflächenterm für die Deformation zu einem Ellipsoid größer wird (größere Oberfläche  $\rightarrow$  weniger potentielle Energie gespeichert im Volumenterm), wird die Coulombabstoßung verringert (stärkere Bindung) da Protonen weiter entfernt.

Kriterien für Stabilität:  $E_D > 0$ : Metastabiler Zustand

Niedriger Kontraktionswert  $\rightarrow$  tun mehr möglich; Spaltung beobachtbar  
 $\frac{Z^2}{A}$  kleiner  $\Rightarrow T_{1/2}$  größer

(15)

für welches  $\frac{Z^2}{A}$  Verhältnis ist dies der Fall?

4. Der Kern mit dem kleinsten  $E_D$  lässt sich am leichtesten spalten. negativsten

Demnach wäre  ${}_{84}^{240}\text{Pu}$  der Kern, welcher sich am leichtesten spalten lässt. In der Nuklidkarte stellt man dann allerdings fest, dass Thorium-228 die kleinste Halbwertszeit hat, und somit leichter zu spalten ist als die anderen Kerne.

✓ Zeiger

(1)

aber der Kernfall ist ja dominiert vom  $\alpha$ -Zerfall

$\hookrightarrow$  hier geht es ja nur um die spontane Spaltung

(17/40)