Hinweis

Die vorliegende Lösung wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde diese Lösung von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allem in einer anderen Farbe als dem üblichen Blau handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:
https://www.physics-and-stuff.com/

Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit der vorliegenden Lösungen! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.

Physik V Blatt 6

Trimkasebaci, Marvin Zanke

1.

$$\omega = \sigma \frac{N_t}{F} = \sigma \cdot \rho \cdot l$$

was ist F, N_1 ?

$$\Longleftrightarrow \sigma = \frac{\omega}{\rho l} \quad \text{mit } \omega = \frac{1}{1000}, \ \rho = 10^{21} \frac{\text{Atome}}{\text{cm}^3}$$

$$l = 10\,\text{cm}$$

$$\Rightarrow \sigma = 1 \cdot 10^{-25}\ \text{m}^2$$

(1)

2. ~~[illegible]~~

γ_1 Zerfall:

$$0^+ \rightarrow J^P + L^{\gamma}$$

E1 nicht möglich, M1 nächstwahrscheinlichster Zerfall $\Rightarrow L = 1$

$\Rightarrow J^P = 1^+$

E2 auch möglich $\Rightarrow L = 2$

beide Fälle scheinbar beobachtet

γ_2 - Zerfall: $0^+ \rightarrow 2^+ + 1^-$?

$\Delta J = 2 \quad \Rightarrow E_2$ - Übergang (✓)

γ_3 - Zerfall: $2^+ \rightarrow 0^+ + L^{\gamma}$

$\Delta J = 2$

$\Rightarrow L = 2$

$\Rightarrow E_2$ - Übergang ✓

γ_4 - Zerfall: $1^+ \rightarrow 2^+ + L^{\gamma}$

$\Delta J = 1, \ \Delta P = 0 \Rightarrow L = 1, 2, 3$ möglich ✓

$\Rightarrow E_1, E_2, M_3$ möglich

(+ M_1

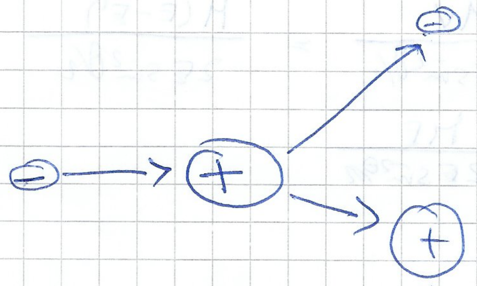
nach was geordnet?

und jetzt noch für $J^P = 2^+$ (@ 9.2 MeV)

(6)

Nr. 3

1.



Für den Kern gilt: $M_k'^2 = \begin{pmatrix} M_k+\nu \\ \vec{q} \end{pmatrix}^2 \left[= \begin{pmatrix} E_k' \\ \vec{p}_k' \end{pmatrix}^2 \right]$

$= (M_k+\nu)^2 - \vec{q}^2 = M^2+\nu^2+2M\nu - \vec{q}^2$

$= M_k^2 + 2M\nu + q^2$ ✓

$\Rightarrow s = \sqrt{M_k'^2} = \sqrt{M^2+2M\nu+q^2}$

(5)

2. Bei der elastischen Streuung gilt Energieerhaltung d.h. auch Erhaltung der invarianten Masse $\Longleftrightarrow$ Masse

$M_k' = M_k \Rightarrow 0 = 2M\nu + q^2 \Leftrightarrow \nu = -\frac{q^2}{2M}$ ✓

(1)

3. $q^2 = (p-p')^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' = 2m_e^2 - 2pp'$
$\approx -2pp'$

$pp' = \begin{pmatrix} E \\ \vec{p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E' \\ \vec{p}' \end{pmatrix} = EE' - \vec{p}\vec{p}' = EE' - |\vec{p}||\vec{p}'|\cos\vartheta$

$E^2 = m^2+p^2 \longrightarrow = EE' - \sqrt{E^2-m^2}\cdot\sqrt{E'^2-m^2}\cos\vartheta$

$m_e \ll E \longrightarrow \approx EE' - \sqrt{E^2}\cdot\sqrt{E'^2}\cos\vartheta$

$= EE'(1-\cos\vartheta) = EE'(1-\{\cos^2\vartheta/2 - \sin^2\vartheta/2\})$

$= 2EE'\sin^2\vartheta/2$

$\Rightarrow q^2 \approx -2\cdot 2EE'\sin^2\vartheta/2 = -4EE'\sin^2\vartheta/2$ ✓

(3)

4. $E' = \frac{q^2}{4E\sin^2\theta/2} \overset{(2)}{=} \frac{2M\nu}{4E\sin^2\theta/2} = \frac{M(E-E')}{2E\sin^2\theta/2}$

$\Leftrightarrow E'\underbrace{\left(1+\frac{M}{2E\sin^2\theta/2}\right)}_{\frac{2E\sin^2\theta/2+M}{2E\sin^2\theta/2}} = \frac{ME}{2E\sin^2\theta/2}$

$\Leftrightarrow E' = \frac{ME}{2E\sin^2\theta/2+M} \Leftrightarrow E' = \frac{1}{\frac{2\sin^2\theta/2}{M}+\frac{1}{E}}$ ✓

$\sin^2\theta/2$ für $\theta = 70° \approx 0,329$, $M \approx 12u = 1,9926\cdot 10^{-26}\,kg = 1,791\cdot 10^{-9}\,J$
$= 11,1779\,GeV$

$\Rightarrow E' = \frac{1}{\underbrace{5,88642\cdot 10^{-11}}_{C}+\frac{1}{E}}$ Einheit? so nicht nachvollziehbar

$\nu = E - E' = E - \frac{1}{C+\frac{1}{E}} = \frac{E(C+\frac{1}{E})-1}{C+\frac{1}{E}} = \frac{EC}{C+\frac{1}{E}}$

$\nu'(E) = \frac{C(C+\frac{1}{E})+\frac{1}{E^2}EC}{(C+\frac{1}{E})^2} = \frac{C^2+\frac{C}{E}+\frac{C}{E}}{(C+\frac{1}{E})^2} \overset{!}{=} 0$

$\Leftrightarrow C^2 = -2\frac{C}{E} \Leftrightarrow C = -\frac{2}{E} \Leftrightarrow E = -\frac{2}{C}$

Maximal übertragbar sind $\nu = -\frac{2}{C} - \frac{1}{C-\frac{C}{2}} = -\frac{4}{C} = 67,953\,GeV$

E sei fix, von daher ist Minimum hinsichtlich Θ und nicht hinsichtlich E gesucht

(1)

$\rightarrow \frac{d\nu}{d\theta} \overset{!}{=} 0$

Nr. 2

1. $F(q^2) = \frac{1}{Ze} \int \rho(\vec{r}) e^{i(\vec{q}\cdot\vec{r})} d^3r$

$= \frac{1}{Ze} \int_0^{\infty}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \rho(\vec{r}) \cdot e^{iqr\cos\vartheta} r^2 \sin\vartheta \, dr \, d\vartheta \, d\varphi$ (*)

wobei wir $\vec{q}\cdot\vec{r} = qr\cos(\sphericalangle q,r)$ ~~und~~ genutzt haben

und unser Koordinatensystem so gelegt haben, dass $\sphericalangle q,r \hat{=} \vartheta$.

$\Rightarrow$ (*) $\frac{2\pi}{Ze} \int_0^{\infty} dr \, \rho(r) r^2 \int_0^{\pi} d\vartheta \, e^{iqr\cos\vartheta} \sin\vartheta$ $\quad z = \cos\vartheta$

$= \frac{2\pi}{Ze} \int_0^{\infty} dr \, \rho(r) r^2 (-1) \int_{1}^{-1} dz \, e^{iqrz}$ $\quad \Rightarrow \frac{dz}{d\vartheta} = -\sin\vartheta$

$= \frac{2\pi}{Ze} \int_0^{\infty} dr \, \rho(r) r^2 \left\{ \frac{1}{iqr} \left[e^{iqr} - e^{-iqr} \right] \right\}$ $\quad \Leftrightarrow d\vartheta = -\frac{dz}{\sin\vartheta}$

$= \frac{2\pi}{Ze} \int_0^{\infty} dr \, \rho(r) \, 2i\sin(qr) \cdot \frac{1}{iqr} r^2$

$= \frac{4\pi}{Ze} \int_0^{\infty} dr \, \rho(r) r^2 \frac{\sin(qr)}{qr}$ ✓ (4)

dieses minus dachte ich nutzen um Integrationsgrenzen zu tauschen...

2. $\rho(r) = \frac{Q}{4\pi r^2} \delta(r)$

$\Rightarrow F(q^2) = \frac{4\pi}{Ze} \int_0^{\infty} dr \frac{Q}{4\pi r^2} r^2 \frac{\sin(qr)}{qr} \delta(r)$

$= \frac{Q}{Ze} \int_0^{\infty} dr \frac{\sin(qr)}{qr} \delta(r)$

$= \frac{Q}{Ze} \frac{\sin(q\cdot 0)}{q\cdot 0} = \frac{Q}{Ze} \lim_{x\to 0} \frac{\sin(qx)}{q\cdot x}$

l'Hôpital $= \frac{Q}{Ze} \lim_{x\to 0} \frac{q\cos(qx)}{q\cdot 1} = \frac{Q}{Ze} = 1$ (✓) (4)

3. $\rho(r) = \frac{3Q}{4\pi R^3}$ für $r \leq R$

$\rho(r) = 0$ für $r > R$

$F(q^2) = \frac{4\pi}{Ze} \int_0^{\infty} \rho(r) r^2 \frac{\sin(qr)}{qr} dr$ $\quad$ Integration von $R-\infty$ ergibt 0 ✓

$= \frac{4\pi}{Ze} \frac{3Q}{4\pi R^3} \int_0^R r \frac{\sin(qr)}{q} dr$

$= \frac{3Q}{ZeR^3} \left(\left[-r \frac{\cos(qr)}{q^2} \right]_0^R + \int_0^R \frac{\cos(qr)}{q^2} dr \right)$

$= \frac{3Q}{...} \left(-R \frac{\cos(qR)}{...} + \frac{\sin(qR)}{...} \right)$

$$= \frac{3Q}{2e}\left(\frac{\sin(qR)}{q^3R^3} - \frac{\cos(qR)}{q^2R^2}\right)$$

$$= \frac{3Q}{2e}\left(\frac{\sin(qR) - qR\cos(qR)}{q^3R^3}\right)$$

$$= \frac{3Q}{2eqR}\underbrace{\left(\frac{\sin(qR) - qR\cos(qR)}{q^2R^2}\right)}_{j_1(qR)} = \frac{3Q}{2eqR} j_1(qR)$$

4

1

Da $qR = 4{,}493$, $E = 420\,MeV$, $\vartheta_{min} = 51°$ gilt außerdem mit der Formel aus Aufgabe 3.?

$$q^2 = -4EE'\sin^2\vartheta/2, \text{ dass}$$

$$R = \frac{4{,}493}{\sqrt{4EE'\sin^2\vartheta/2}}, \text{ wobei } E = E', \text{ da } M(^{12}C) \gg M(e^-)$$

$$\Rightarrow R = 0{,}012424\ \frac{1}{MeV} = 12{,}42\ \frac{1}{GeV}$$

$\hbar c = 200\,MeV \cdot fm \Rightarrow R = 2{,}45\ fm$

5

Rechnet man nach mit der Formel $R = R_0 A^{1/3}$, so ergibt sich für ^{12}C: $R_{C\text{-}12} = 3{,}2\ fm$, wobei $R_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-15}\ m = 1{,}4\ fm$

1

Die Werte liegen also doch recht weit ~~auf~~ auseinander für diese Größenordnung!

- ich kenne $R_0 = 1.3\ fm$
- die zwei Dinge sind nicht notwendigerweise das selbe.

Hier ist die Annahme: scharfer Rand ~~Potential~~ · weil ich passt in die elektrische Ladungsverteilung

bei (A) bestehen Kerne aus Kugeln ...

... schon ok

4. $\rho(r) = \rho_0 e^{-\frac{r}{a}}$

$$F(q^2) = \frac{4\pi}{Ze} \int_0^\infty r^2 \rho_0 e^{-\frac{r}{a}} \frac{\sin(qr)}{qr} \, dr$$

$$= \frac{4\pi \rho_0}{Zeq} \int_0^\infty r e^{-\frac{r}{a}} \sin(qr) \, dr$$

$$= \frac{4\pi \rho_0}{Ze q} \frac{2a^3 q}{(1+a^2q^2)^2} = \frac{4\pi \rho_0}{Ze} \frac{2a^3}{(1+a^2q^2)^2}$$

kann man über Normierung fixieren

$$= \frac{8\pi a^3 \rho_0}{Ze(1+a^2q^2)^2}$$

$$\langle r^2 \rangle = -6 \left. \frac{dF(q^2)}{dq^2} \right|_{q^2=0}$$

$$= \frac{96\pi a^5 \rho_0}{Ze} \approx 9{,}7 \cdot 10^{-58} \frac{m^5}{C} \cdot \rho_0$$

damit kann man dann einen numerischen Wert ausrechnen

Formel richtig

3.5

32.5/40