Hinweis

Das vorliegende Protokoll wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde dieses Protokoll von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allem in einer anderen Farbe als dem üblichen Blau handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:
https://www.physics-and-stuff.com/

Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit des vorliegenden Protokolls! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.

25.11.2015 Versuch 232: Gleichströme, Spannungsquellen und Widerstände

In diesem Versuch geht es um Spannungsquellen, Widerstände und Spannungsteiler, sowie deren Messung und Verwendung in Gleichstromkreisen. Es wird sich mit den charakteristischen Eigenschaften von Spannungsquellen und der Temperaturabhängigkeit von Widerständen vertraut gemacht.
Im ersten Teil des Versuches bestimmt man einen Widerstand mittels Strom- und Spannungsmessung.
Im zweiten Teil benutzt man sowohl eine Spannungsteilerschaltung als auch ein Potentiometer um verschiedene Messwerte von Strom und Spannung zu nehmen und letztendlich dann die verbrauchte Leistung im Potentiometer zu bestimmen.
Der dritte Versuchsteil beschäftigt sich mit der Leerlaufspannung einer Batterie und deren Messung. Dabei macht man sich eine Kompensationsschaltung zu nutze.
Im vierten Teil dieses Versuchs misst man Widerstände „relativ" (statt absolut wie im ersten Fall) mit Hilfe der Wheatstoneschen Brücke.
Im fünften und letzten Teil will man einen Zusammenhang zwischen Temperatur und Widerstand herstellen, man beschäftigt sich also mit der Temperaturabhängigkeit elektrischer Widerstände.

Größen, Formeln, Begriffe, Schaltungen

Ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I$ in seiner bekanntesten Form

Ursprünglich eigentlich: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

$[U] = V$, $[R] = \Omega$, $[I] = A$, $[j] = \frac{A}{m^2}$, $[E] = \frac{V}{m}$, $\sigma = \frac{A}{Vm}$

σ: el. Leitfähigkeit, $\sigma = \frac{1}{\rho}$, ρ: spezifischer Widerstand

Kirchhoffschen Gesetze:

Knotenregel: In einem Knotenpunkt gilt: einfließende Ströme $\hat{=}$ ausfließende Ströme

$$\sum_k I_k = 0$$

Maschenregel: Alle Teilspannungen addieren sich in einem Durchlauf zu null.

$$\sum_k U_k = 0$$

Spezifische Leitfähigkeit von L./H.L./Isol.: wie oben bereits erwähnt gilt hier $\vec{j} = \sigma \vec{E}$. Also quasi wie stark ein elektrisches Feld in einem Leiter auch für einen Stromfluß sorgt.

Hängen über $\sigma = \frac{1}{\rho}$ mit spez. Widerstand ab.

Bei 25°C üblicherweise $> 10^6 \frac{S}{m}$ für Leiter.

Für Halbleiter hängt diese u.a. von Druck, Temperatur, Belichtung ab und liegt zw. der von Leitern und Isolatoren.

Für Nichtleiter (Isolatoren) gilt: $< 10^{-8} \frac{S}{m}$ (Wikipedia)

Temperaturabhängigkeit des el. Wid.: Widerstand hängt bei kleinen Temperaturänderungen linear mit dieser zusammen, bei größeren Änderungen nicht mehr linear.

Bei Leitern steigt der Widerstand bei zunehmender Temperatur, während es bei Halbleitern für steigende Temperaturen abfällt.

? gilt das für → alle Leiter? bei Halbleitern → immer genau andersrum?

Leitungsmechanismen:

Bei Leitern sind die freien Elektronen für die elektrische Leitung verantwortlich. Kein Lücke zwischen Valenzband und Leitungsband, Elektronen können beim Anlegen einer Spannung sofort fließen. Erhöhen der Temperatur führt zu mehr Streuung der Elektronen und dadurch erhöhten Widerstand.

Bei Halbleitern hat man eine Lücke zwischen Valenzband und Leitungsband. Man muss durch Energiezufuhr (Temperatur) Elektronen erst beweglich machen. Daneben "leiten" auch die positiv zurückgebliebenen Lücken.

Bei Isolatoren ist die Bandlücke sehr groß.

Ideale / reelle Spannungsquelle: Bei der idealen Spannungsquelle kann man den Innenwiderstand der Quelle vernachlässigen. Es gilt also $U = U_0 = R_a \cdot I$

Bei der reellen Spannungsquelle hat man bereits einen Spannungsabfall durch den Innenwiderstand sodass nicht die Leerlaufspannung U_0 sondern die Klemmspannung U zur Verfügung steht. $U = U_0 - R_i I$

Aufbau/Wirkungsweise eines Normalelements/Batterie

Ein Normalelement dient dazu eine temperaturunabhängige und reproduzierbare Spannung herzustellen. Es funktioniert chemisch über zwei unterschiedliche Elektroden in einer „gesättigten Cadmiumsulfatlösung" (Weston-Normalelement).

Eine Batterie besteht aus mehreren gleichartigen galvanischen Zellen (Umwandlung chem. Energie in elekt. Energie, Mit zwei Elektroden + Elektrolyt). Speichert also Energie in Form von Ah bei einer bestimmten Spannung.

<u>Spannungsteller</u>: Hiermit kann man eine elektrische Spannung aufteilen. Man greift einen Teil der Spannung mit einem Zweipol ab, nachdem bereits ein erster Teil an einem Widerstand abgefallen ist.

<u>Lastanpassung</u>: Man passt die Last (Widerstand, Verbraucher) für einen bestimmten Zweck an. z.B. für eine maximale Leistung (Leistungsanpassung).

<u>Ampère- und Voltmeter</u>: Voltmeter werden parallel geschaltet um abfallende Spannung zu messen. Damit wenig Strom fließt müssen sie hochohmig sein.
Amperemeter werden in Reihe geschaltet und müssen einen geringen Widerstand haben, damit wenig Spannung abfällt / Leistung verbraucht wird.

<u>Veränderung des Messbereichs</u>: Schaltet man vor ein Voltmeter einen Vorwiderstand, so fällt bei diesem bereits ein Teil der Spannung ab, sodass die verbleibende Spannung $U_{max} - U - U_V$ ist und man damit den Messbereich vergrößert. In Reihe!
Vorwiderstände von Amperemetern werden parallel dazu geschaltet und besitzen einen geringen Widerstand. Dadurch geht ein Großteil des Stroms bereits durch den Vorwiderstand, und die Ströme im Amperemeter sind wieder messbar.

<u>Potentiometerschaltung</u>: Ähnlich zu einem Spannungsteiler, bloß variable abgreifbare Spannung. Diese wird nachdem bereits ein Teil abgefallen ist, mit einem Zweipol abgenommen.

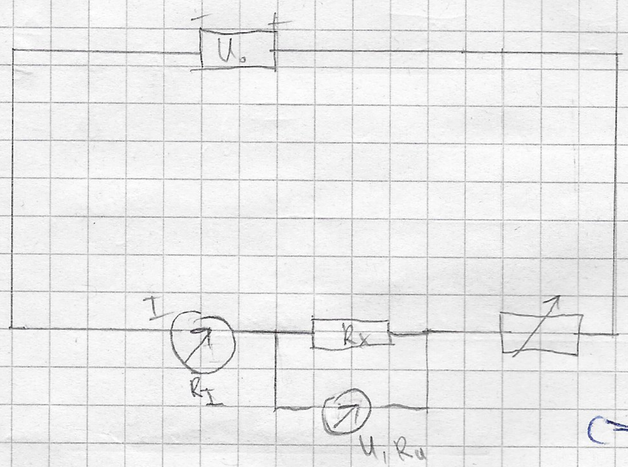
Wheatstonesche Brückenschaltung

: Mit diesem Aufbau kann man mit Hilfe von 3 bekannten Widerständen einen unbekannten Widerstand bestimmen. Das Prinzip beruht darauf, zwischen zwei Spannungsteilern einen Potentialausgleich ($I = 0$) zu erreichen.

Kompensationsschaltung

: Stromlose Messung einer Leerlaufspannung, da bei Stromfluß gilt: $U = U_0 - R \cdot I$ und damit Klemmspannung $\neq$ Leerlaufspannung. Läuft über Spannungsteiler und entgegengesetzte Spannung, die den Stromfluß blockiert.

Widerstandsbestimmung durch Strom- und Spannungsmessung

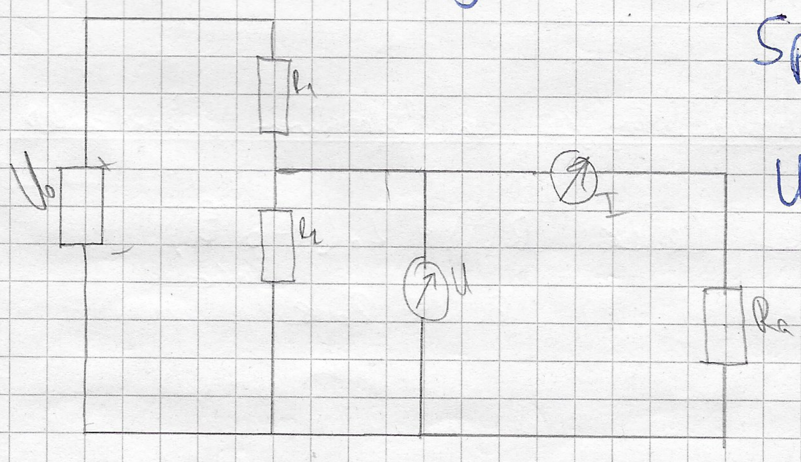


Innenwiderstände R_I und R_u führen mit R_x zu:

$$R = \frac{R_x R_u}{R_x + R_u} + R_I$$

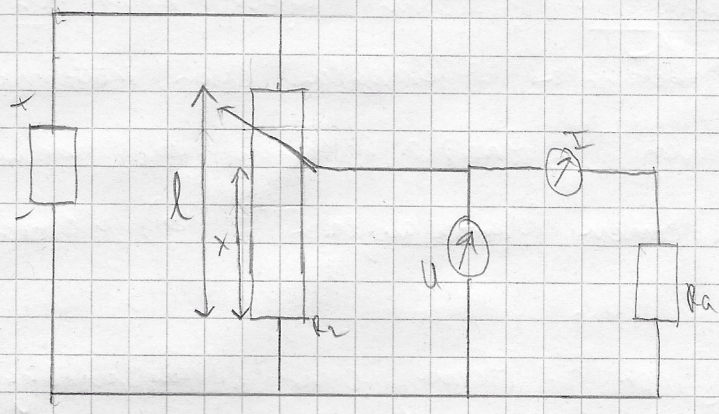
$$\Rightarrow R_x = \frac{R_u (R_I - R)}{R - R_I - R_u}$$

Belastete Potentiometerschaltung



Spannungsteiler

$$U = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0 - \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

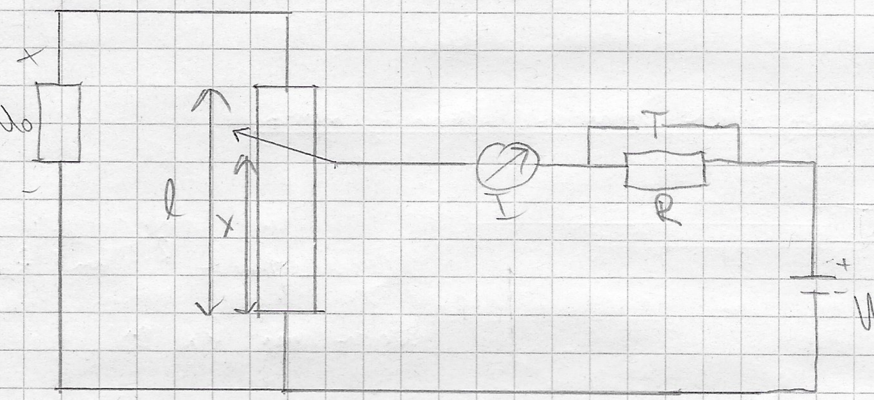


Potentiometer

$$U_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2} U_0 = \frac{x}{l} U_0$$

$$P(x) = U_1 \cdot I$$

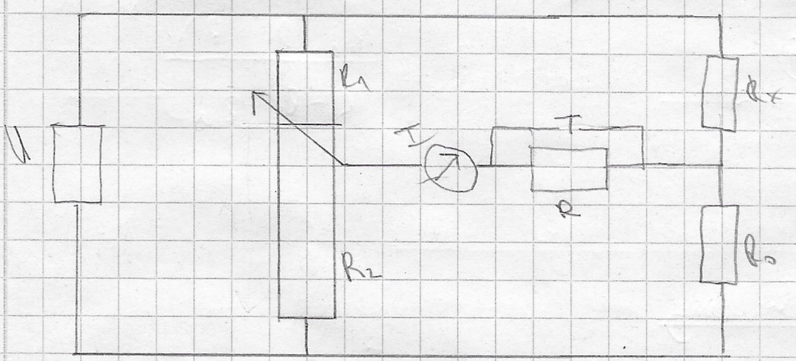
Messung der Leerlaufspannung einer Batterie mit Hilfe einer Kompensationsschaltung



Nach Poggendorff

$U_1 = U_0 \cdot \frac{x}{l}$ falls $I = 0$ gilt.

Widerstandsmessung mit der Wheatstoneschen Brücke



wenn $I = 0$ gilt, dann

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_0$$

Messung der Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands

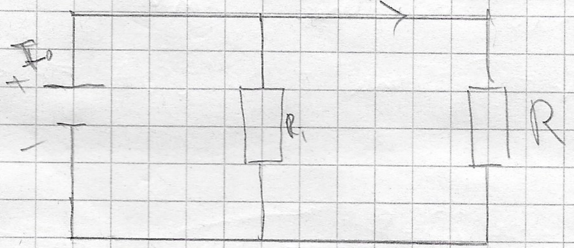
Für metallische Leiter: $R(T) = R_0 (1 + \alpha\, \vartheta)$

Für Halbleiter: $R(T) = R_0\, e^{E_g/2kT}$

Aufgabe 232.A

Eine ideale Spannungsquelle besitzt keinen Innenwiderstand. Dadurch hängt „ihre Spannung" (Klemmspannung) nicht vom Strom ab, ~~wodurch der Strom I konstant wird~~.

Bei der realen Quelle fällt bereits durch den Stromfluß eine Spannung in der Quelle ab.



Ähnlich dazu die ideale Spannungsquelle, wo man eine Stromabhängigkeit von der Spannung vernachlässigt. In der Realität hängt die Stromstärke aber von der Klemmspannung ab. Der Widerstand der Quelle selbst ist im Idealfall also unendlich hoch.

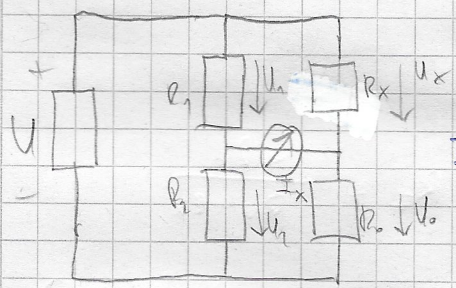
$$I = I_0 - \frac{U}{R_i}$$

Aufgabe 232.B

Misst man $U(I)$, so liest man am Graphen

$U = U_0 - R_i I$ leicht U_0 am Achsenabschnitt ab und R_i als Steigung

Aufgabe 232.C



$$U_1 = U - U_2 = U - R_2 I_2$$

$$I_x = 0 \rightarrow \quad = U - R_2 \cdot \frac{U}{R_1 + R_2}$$

$$= U\left(1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) = U \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_x = U - I_0 R_0$$

$$= U - R_0 \frac{U}{R_x + R_0} = U\left(1 - \frac{R_0}{R_x + R_0}\right)$$

$$= U \cdot \frac{R_x}{R_x + R_0}$$

$$0 = I_x = \frac{U_M}{R_i} =: \frac{U_1 - U_x}{R_i} \Leftrightarrow U_1 = U_x \Leftrightarrow \frac{R_x}{R_x + R_0} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\Leftrightarrow R_x (R_1 + R_2) = R_1 (R_x + R_0)$$

$$\Leftrightarrow R_x = \frac{R_1 R_0}{R_2}$$

Aufgabe 232.D

Man schaltet einen zusätzlichen Widerstand parallel zum Amperemeter, durch diesen soll ein großer Strom fließen, also niederohmig.

$I_{max} = 1mA$, $R_i = 1\Omega$, $I = 4A$

$U_{max} = R_i \cdot I_{max} = 1mV$

$I_V = I - I_{max} = 3{,}999A \Rightarrow R_V = \frac{U_{max}}{I_V} = 0{,}25 m\Omega$ ✓

Aufgabe 232.E

$U_{max} = 1V$, $R_i = 100k\Omega \Rightarrow I_{max} = 0{,}01mA = 10\mu A$

$\Rightarrow$?

Aufgabe 232.F

Will man eine Spannung messen, so muss das Messgerät parallel geschaltet sein. Da das Amperemeter einen sehr kleinen Widerstand hat, schaltet man einen großen Widerstand davor, damit nicht zu viel Strom fließt.

$U = (R_i + R) I$ ✓

Aufgabe 232.G

$\boxed{A}$ $\frac{1}{R_u} + \frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_1}$, $R_I + R_1 = R_{ges} = R_I + \frac{R_u R_x}{R_u + R_x}$ +R

$\boxed{B}$ $R_I + R_x = R_1$, $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_u} = \frac{1}{R_{ges}} \Leftrightarrow R_{ges} = \frac{R_u(R_I + R_x)}{R_u + R_I + R_x}$

$\Leftrightarrow R_{ges}(R_u + R_I + R_x) = R_u R_I + R_u R_x$

$\Leftrightarrow R_x(R_{ges} - R_u) = R_u R_I - R_u R_{ges} - R_{ges} R_I$

$\Leftrightarrow R_x = \frac{R_u R_I - R_{ges}(R_u + R_I)}{R_{ges} - R_u}$ +R

Versuchsdurchführung

Im ersten Versuchsteil misst man den Zusammenhang zwischen U und I und ermittelt daraus dann den Gesamtwiderstand der Schaltung und daraus den Wert für den unbekannten Widerstand. Man überprüft dies mit einem DMM.

Im zweiten Versuchsteil misst man Strom und Spannung über einem Lastwiderstand für verschiedene Lastwiderstände in einer Spannungsteilerschaltung. Daraus ermittelt man den Innenwiderstand und die Leerlaufspannung. Als Ergänzung ersetzt man den Spannungsteiler durch das Potentiometer und bestätigt einen linearen Zusammenhang zwischen U_1 und U_0 und errechnet eine verbrauchte Leistung im Lastwiderstand.

Im dritten Versuchsteil misst man die Leerlaufspannung einer Batterie mittels einer Kompensationsschaltung. Dazu kalibriert man die Anordnung vorher und kontrolliert das Ergebnis mittels Nanometer und Digitalmessgerät.

Im vierten Teil des Versuchs misst man einen Widerstand mit Hilfe der Wheatstoneschen Brücke.

Im fünften und letzten Teil geht es um die Temperaturabhängigkeit eines elektrischen Widerstands. Dafür heizt man ein Reagenzglas in einem mit Wasser gefüllten Thermostat langsam auf 100°C auf und misst für 3 Leiter die Widerstände abwechselnd, sowie die Temperatur. Man trägt $R(T)$ grafisch auf und bestimmt damit verschiedene Werte / Eigenschaften von Leitern und Halbleitern.

Messungen : Strom-/Spannungsmessung : $I_{max} = 50 mA$, $U_{max} = 5V$

Schaltung B : Wir benutzen im Folgenden $R_x = R_1$

	Spannung U in V ±0,1V	Stromstärke I in mA ±0,5mA	Widerstand R in Ω ±0,2 Ω
1	1	19,5	0
2	1,1	21	10
3	1,15	22,5	20
4	1,2	24,5	30
5	1,3	25,5	35
6	1,35	26,5	40
7	1,4	28,0	45
8	1,45	29,5	50
9	1,55	31,0	55
10	1,6	33,0	60

Wert mit OHM für den Widerstand liefert:

$$R_1 = R_x = (47,8 \pm 0,1) V$$

Belastete Potentiometerschaltung: $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 50 \Omega$, 250mA

Lastwiderstand R_L in Ω ±0,5 Ω	Stromstärke I in mA ±2mA	Spannung U in V ±0,1V
1	132,5	0,65
3	125,0	0,8
5	117,5	0,85
10	97,5	1,15
15	80,0	1,4
20	70,0	1,5
25	60,0	1,7
30	52,5	1,8
35	47,5	1,85
40	42,5	1,9

JS

Helipot: $l = 500$, $R_{ges} = 100\,\Omega$, 200mA, $U_0 = 4V$

Widerstand R_a in Ω	Spannung U in V $\pm 0{,}1V$	Stromstärke I in mA $\pm 0{,}25mA$	Skalenteile x ± 1
0	0,2	–	25
	0,4		50
	0,6		75
	0,7		90
	0,85		110
	0,95		125
	1,05		135
20	0,15	6,5	25
	0,25	12,0	50
	0,35	15,5	75
	0,4	18,0	90
	0,5	20,75	110
	0,55	22,75	125
	0,55	24,0	135
50	0,15	3,5	25
	0,3	6,5	50
	0,4	9	75
	0,5	10,25	90
	0,6	12,25	110
	0,7	13,5	125
	0,75	14,5	135

Kompensationsschaltung:

Kalibrierung liefert $x = (66{,}28 \pm 0{,}05)$ Skt. $R_{ges} = 5{,}3\,\Omega$

$x = (33{,}72 \pm 0{,}05)$

Für unsere Batterie gilt: $x = (46{,}8 \pm 0{,}05)$ Skt $\Rightarrow x = (53{,}2 \pm 0{,}05)$

Mit Manometer: $(0{,}12 \pm 0{,}02)$ V | mit $x = 100 - y$

Mit DMM: $(1{,}6 \pm 0{,}005)$ V

Wheatstonesche Brücke: $x' = 5{,}3 \Rightarrow R_2 = 53\,\Omega$

$\Rightarrow x = 265$ $R_1 = 47\,\Omega$

$R_0 = 40\,\Omega$

Temperaturabhängigkeit elektrischer Widerstand

Temperatur in °C	Widerstand in Ω 1	2	3	4	5
31	0,76kΩ	4,1Ω	125,4Ω	1,119kΩ	0,98kΩ
40	540Ω	4,1Ω	180,4Ω	1,152kΩ	0,972kΩ
50	373,9Ω	4,1Ω	358,0Ω	1,188kΩ	0,966kΩ
60	260,9Ω	4,1Ω	2,860kΩ	1,220kΩ	0,976kΩ
70	187,0Ω	4,1Ω	8,94kΩ	1,257kΩ	0,953kΩ
80	138,2Ω	4,0Ω	7,16kΩ	1,293kΩ	0,948kΩ
90	100,0Ω	4,0Ω	6,88kΩ	1,314kΩ	0,920kΩ
100	77,5Ω	4,1Ω	6,0MΩ	1,369kΩ	1,003kΩ

ZS

Auswertung: Widerstandsbestimmung durch Strom-/Spannungsmessung

Zu allererst bestimmen wir den Gesamtinnenwiderstand der Messgeräte, d.h. wir rechnen noch den Vorwiderstand ein. Beim Stromstärkemessgerät liegen bei Vollausschlag 2mA an. Da wir 50mA messen wollten, müssen 48mA an einem parallelen Shunt vorbeigeflossen sein. Die maximale Spannung beträgt mit $R_i = 50\,\Omega$ außerdem $U = 0{,}1\,V$. Da diese dann auch am parallelen Shunt anliegt gilt: $\frac{0{,}1\,V}{48\,mA} = 2{,}08\overline{3}\,\Omega = R_S$

$$\Rightarrow R_{ges} = \frac{R_S \cdot R_i}{R_S + R_i} = 2\,\Omega$$

Beim Voltmeter gilt mit unserem $U_{max} = 5\,V$, dass 4,9V am Vorwiderstand abfallen sollen. Da bei 0,1V ebenfalls 2mA fließen, und diese auch durch den Vorwiderstand fließen, gilt hier: $\frac{4{,}9\,V}{2\,mA} = 2450\,\Omega = R_V$ $\Rightarrow R_{ges} = 2500\,\Omega$

Der Ersatzwiderstand der Schaltung R_B ergibt sich mit Gnuplot als $R_B = 44{,}7506\,\Omega$, $(b = 0{,}142\,V)$

$$\Delta R_B = 1{,}649\,\Omega \qquad (\Delta b = 0{,}043\,V)$$

Aus Voraufgabe (1) wissen wir, dass der Zusammenhang

$$R_x = \frac{R_u R_I - R_{ges}(R_u + R_I)}{R_{ges} - R_u}$$

– Mit R_u bzw. R_I Gesamtwiderstand Amperemeter/Voltmeter – gilt. Damit folgt außerdem:

$$\Delta R_x = \left| \frac{-(R_u + R_I)(R_{ges} - R_u) - (R_u R_I - R_{ges}(R_u + R_I))}{(R_{ges} - R_u)^2} \Delta R_{ges} \right|$$

Und es folgt:

$$R_x = (43{,}566 \pm 1{,}711)\,\Omega$$

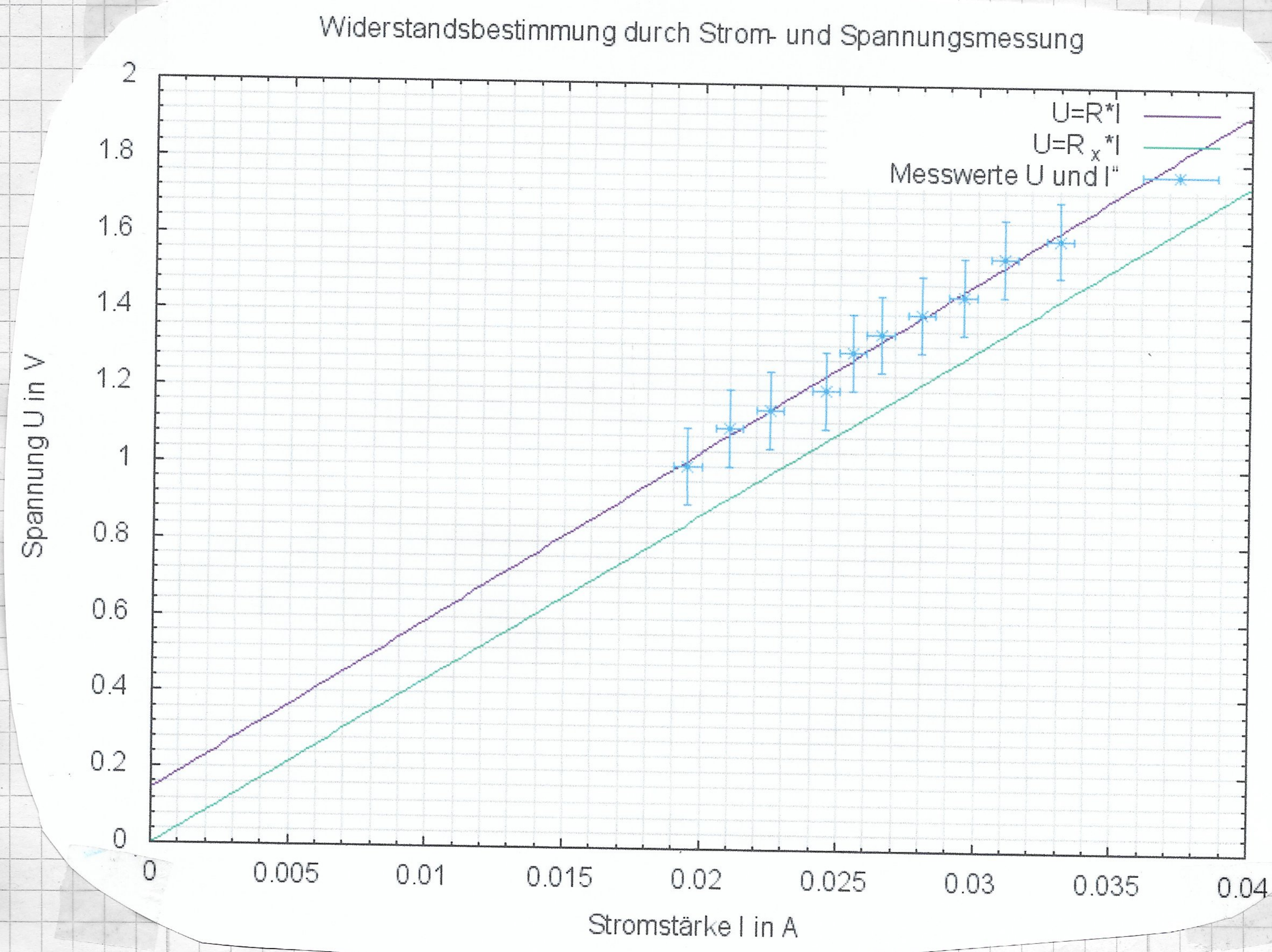
Vergleicht man diesen Wert mit dem Wert gemessen mit DMM, $R_x = (47{,}8 \pm 0{,}1)\,\Omega$, so stellt man fest, dass die Werte fast übereinstimmen. Im Rahmen unserer Möglichkeiten haben wir also einen „echt" guten Wert erhalten. ok

Man trägt zusätzlich die Gerade $U = R_x \cdot I$ in das Diagramm und erhält insgesamt folgende Tabelle/Plot:
(Offensichtlich sieht man dabei, dass die Gerade $U = R_x \cdot I$ annähernd parallel zu unserer gemessenen Spannung ist, was aber auch logisch ist, da unsere Verschiebung an der y-Achse durch Messfehler entstanden ist und $R_B = \frac{R_u(R_I + R_x)}{R_u + R_I + R_x}$ gilt

$$= \frac{R_I + R_x}{1 + \frac{R_I}{R_u} + \frac{R_x}{R_u}} \xrightarrow{R_u \gg R_x, R_I} R_I + R_x \overset{R_I \ll R_x}{\approx} R_x$$

also der Spannungsabfall am Widerstand ≈ Gesamtspannungsabfall.

Spannung U in V	ΔU in V	Stromstärke I in A	ΔI in A	Schiebewiderstand R in Ω
1	0.1	0.01950	0.0005	0
1.1	0.1	0.02100	0.0005	10
1.15	0.1	0.02250	0.0005	20
1.2	0.1	0.02450	0.0005	30
1.3	0.1	0.02550	0.0005	35
1.35	0.1	0.02650	0.0005	40
1.4	0.1	0.02800	0.0005	45
1.45	0.1	0.02950	0.0005	50
1.55	0.1	0.03100	0.0005	55
1.6	0.1	0.03300	0.0005	60



Belastete Potentiometerschaltung

Wir verifizieren die Relation $U=\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot U_0 - \frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}\cdot I$

wobei U unser Messwert ist und U_0 die Leerlaufspannung.

Dafür rechnet man zunächst nach:

$$U_0^S = \frac{R_2}{R_1+R_2} U_0 = 2{,}857\,V \quad \text{und} \quad -R_i^S = -\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} = -14{,}286\,\Omega$$

Plottet man den Graphen, so erhält man als Steigung

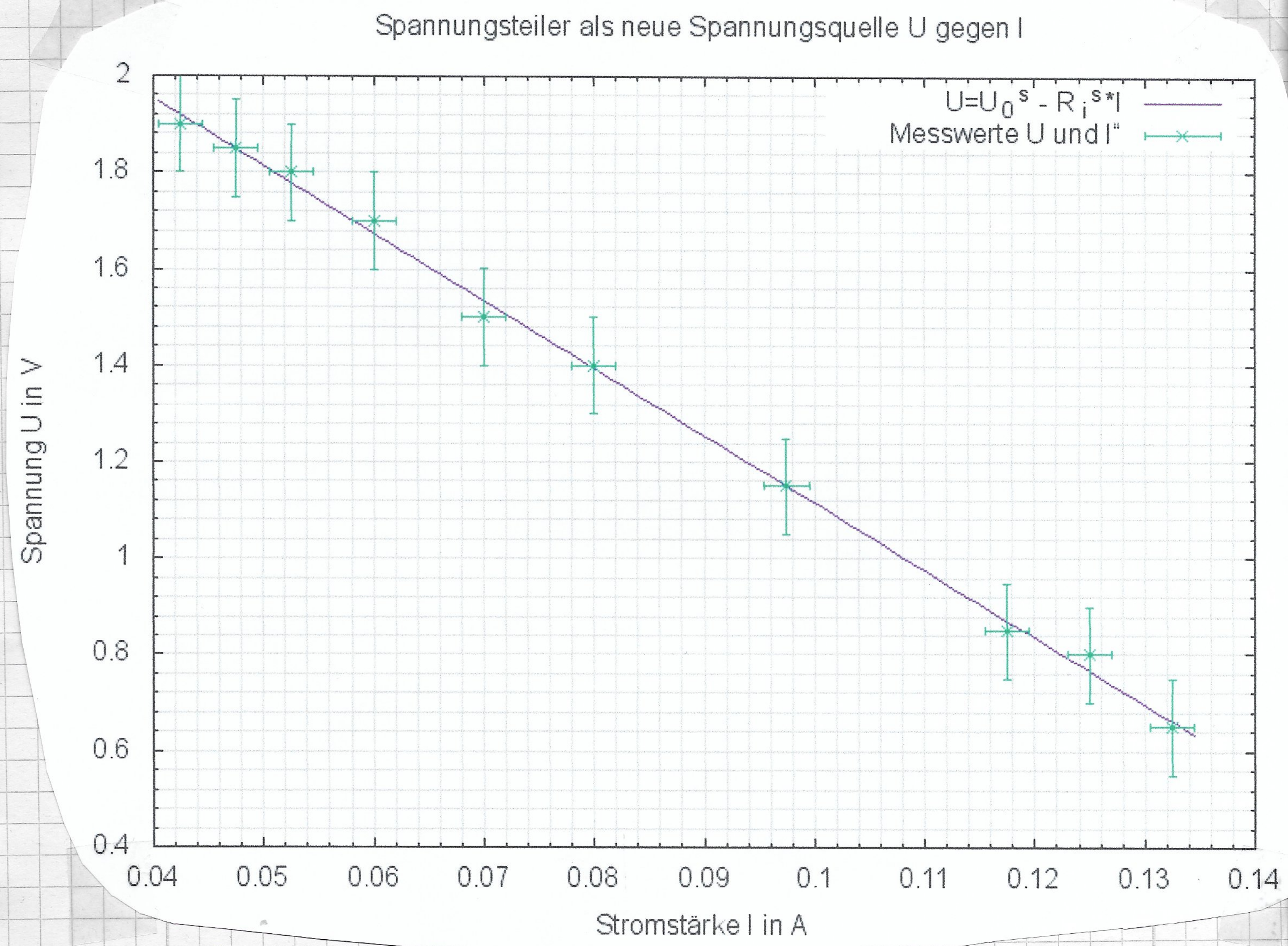
$$m = (-13{,}9655 \pm 0{,}2325)\,\Omega$$ und als y-Achs.abschnitt

$$b = (2{,}51216 \pm 0{,}02056)\,V$$

Innerhalb des Messfehlers stimmen diese Werte sehr gut mit den theoretisch errechneten überein.

Um den Innenwiderstand zu verkleinern, kann man die Stromstärke erhöhen, ohne dabei U_0^S zu ändern. Natürlich geht dies nicht beliebig klein (groß), da bei sehr hoher Stromstärke ein Kurzschluss entsteht; die Geräte werden überlastet und unsere Messgeräte können den Strom nicht mehr registrieren.

Lastwiderstand R in Ω	Spannung U in V	ΔU in V	Stromstärke I in A	ΔI in A
0	0.65	0.1	0.13250	0.002
10	0.8	0.1	0.12500	0.002
20	0.85	0.1	0.11750	0.002
30	1.15	0.1	0.09750	0.002
35	1.4	0.1	0.08000	0.002
40	1.5	0.1	0.07000	0.002
45	1.7	0.1	0.06000	0.002
50	1.8	0.1	0.05250	0.002
55	1.85	0.1	0.04750	0.002
60	1.9	0.1	0.04250	0.002



Wird nun die Schaltung mit dem Spannungsteiler ersetzt durch einen Poti, so kann man ohne Last die Relation

$$U_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot U_0 = \frac{x}{l}\, U_0 \quad \text{bestätigen,}$$

wobei man in diesem Fall keinen Stromfluß hat.

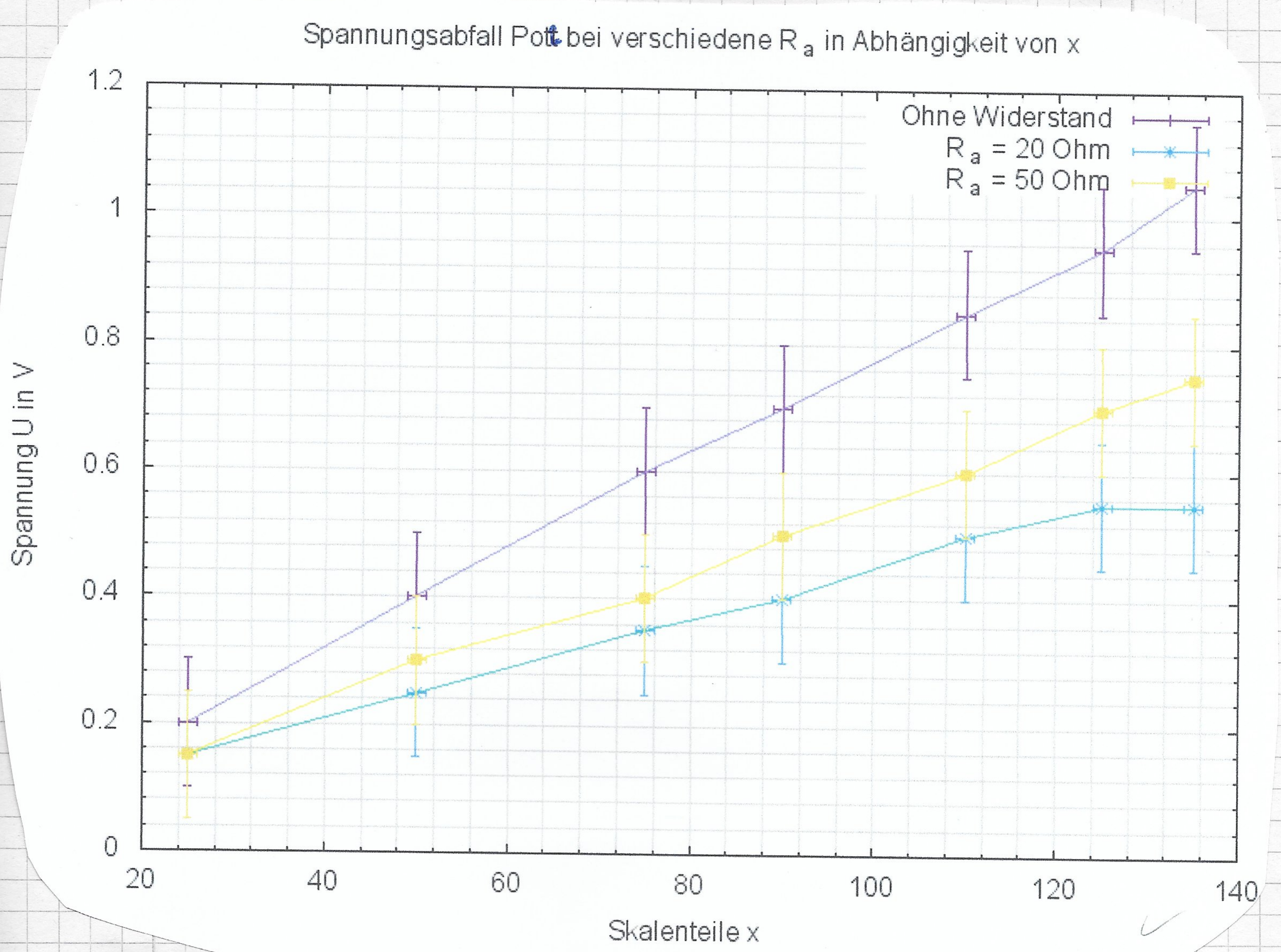
Dafür vergleicht man die Messwerte mit den theoretisch erwarteten Werten für $U_1(x) = \frac{x}{l}\, U_0$

$$\Rightarrow \Delta U_1 = \frac{U_0}{l}\, \Delta x$$

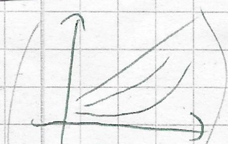
in die Tabelle eintragen

und sieht, dass diese Werte offensichtlich sehr gut übereinstimmen.

Lastwiderstand R	Spannung U_1	ΔU_1	Skalenteile x	Δx	$U_1=(x/l)*U_0$	ΔU_1^*
in Ω	in V	in V	in Skt	in Skt	in V	in V
0	0.2	0.1	25.00	1	0.2	0.008
	0.4	0.1	50.00	1	0.4	0.008
	0.6	0.1	75.00	1	0.6	0.008
	0.7	0.1	90.00	1	0.72	0.008
	0.85	0.1	110.00	1	0.88	0.008
	0.95	0.1	125.00	1	1	0.008
	1.05	0.1	135.00	1	1.08	0.008



Für größeres R nähert sich die Kurve der Kurve ohne Lastwiderstand an. Das kann man dadurch erklären, dass wir ohne Last auch kein Stromstärkemessgerät angeschlossen haben, der Strom also I = 0A ist, was äquivalent zu $R=\infty$ wäre. Während sich im Fall ohne Last noch fast eine Gerade ergibt, wird diese mit $R_a<\infty$ immer unförmiger. Der Anschluss/Versuchsaufbau war also der Skizze gerecht und bis zum angeschlossen (+ nach unten gemessen).



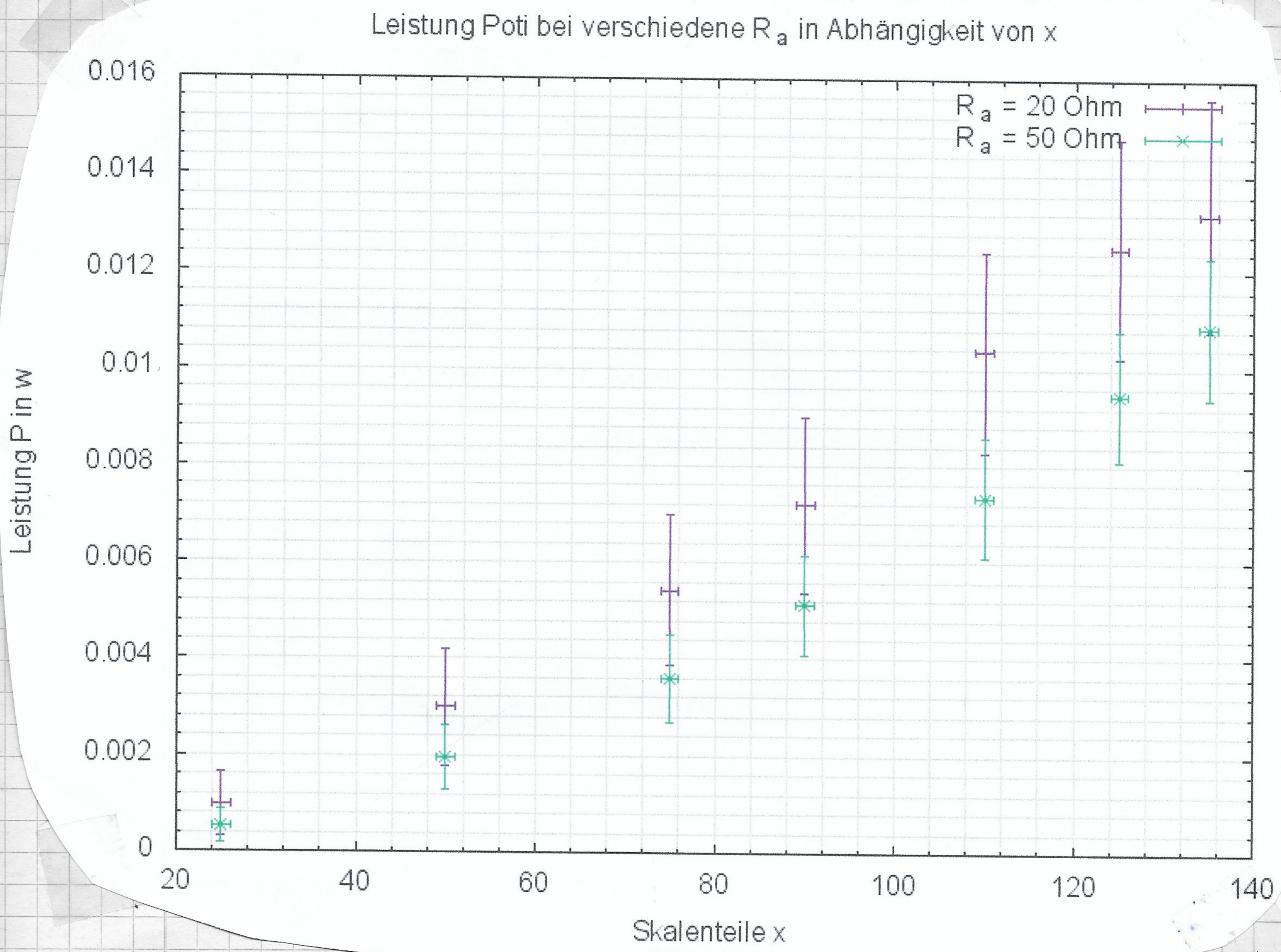
wäre zu erwarten

Hier die beiden Tabellen für $P = U \cdot I$ mit $R_{A,1} = 20\,\Omega$, $R_{A,2} = 50\,\Omega$

Außerdem gilt: $\Delta P = \sqrt{(I\,\Delta U)^2 + (U\,\Delta I)^2}$

Lastwiderstand R *in Ω*	**Spannung U_1** *in V*	**ΔU_1** *in V*	**Skalenteile x** *in Skt*	**Δx** *in Skt*	**Stromstärke I** *in A*	**ΔI** *in A*	**Leistung P** *in W*	**ΔP** *in W*
20	0.15	0.1	25.00	1	0.006500	0.000250	0.000975	0.00065108
	0.25	0.1	50.00	1	0.012000	0.000250	0.003	0.00120163
	0.35	0.1	75.00	1	0.015500	0.000250	0.005425	0.00155247
	0.4	0.1	90.00	1	0.018000	0.000250	0.0072	0.00180278
	0.5	0.1	110.00	1	0.020750	0.000250	0.010375	0.00207876
	0.55	0.1	125.00	1	0.022750	0.000250	0.0125125	0.00227915
	0.55	0.1	135.00	1	0.024000	0.000250	0.0132	0.00240394

Lastwiderstand R *in Ω*	**Spannung U_1** *in V*	**ΔU_1** *in V*	**Skalenteile x** *in Skt*	**Δx** *in Skt*	**Stromstärke I** *in A*	**ΔI** *in A*	**Leistung P** *in W*	**ΔP** *in W*
50	0.15	0.1	25.00	1	0.003500	0.000250	0.000525	0.000352
	0.3	0.1	50.00	1	0.006500	0.000250	0.00195	0.00065431
	0.4	0.1	75.00	1	0.009000	0.000250	0.0036	0.00090554
	0.5	0.1	90.00	1	0.010250	0.000250	0.005125	0.00103259
	0.6	0.1	110.00	1	0.012250	0.000250	0.00735	0.00123415
	0.7	0.1	125.00	1	0.013500	0.000250	0.00945	0.0013613
	0.75	0.1	135.00	1	0.014500	0.000250	0.010875	0.00146207



Damit ergibt sich dann folgender Graph. Offensichtlich steigt die Leistung für größere x, was aber auch logisch ist, denn $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R}$ und U skaliert mit x.
Eventuell wäre es besser gewesen, den Messbereich mal auf größere x zu erweitern, da man an den Messwerten es nicht erkennen kann, ob P ein Maximum annimmt und dann wieder fällt.
So gilt allerdings $R_1 = 0\,\Omega$ und $R_2 = 100\,\Omega = R_{max} =$

<u>Messung der Leerlaufspannung einer Batterie mit Hilfe einer Kompensationsschaltung</u>

Wir kalibrieren ~~das Volt~~ unsere Spannungsquelle mit Hilfe eines Weston-Elements. Nötig ist dies dazu, um später für unsere Batterie einen Referenzwert zu haben, da wir den Widerstand des Schleifdrahtpotentiometers nicht kennen. Im späteren Verlauf ist uns aufgefallen, dass unser Versuchsaufbau nicht das x aus der Skizze, sondern (100 − x) gemessen hat. Dies lag an der falschen Polung.

Für x beim Weston Element gilt also: ($R_{ges} = 5{,}3\,\Omega$ nicht benötigt)

$$x_{Weston} = (33{,}72 \pm 0{,}05)$$

$$x_{Batterie} = (53{,}2 \pm 0{,}05)$$

Nun wissen wir, dass gilt:

$$\frac{\overset{const = 3V}{U_0}}{\underbrace{R_1 + R_2}_{konst}} = I_0 \leftarrow const$$

und

$$I_0 \cdot R_2 = U_{Weston} \quad (1)$$

$$I_0 \cdot R_2' = U_{Batterie} \quad (2)$$

$$(2) \Leftrightarrow U_{Batterie} = R_2' \cdot \frac{U_{Weston}}{R_2} = \frac{\frac{x'}{\ell} R_{ges}}{\frac{x}{\ell} R_{ges}} \cdot U_{Weston}$$

$$= \frac{x'}{x} U_{Weston}, \quad \text{wobei } x' = x_{Batterie},\ x = x_{Weston}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{Batterie} = \sqrt{\left(\frac{U_{Weston}}{x} \Delta x'\right)^2 + \left(\frac{x'}{x^2} U_{Weston} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{x'}{x} \Delta U_{Weston}\right)^2}$$

$$\Rightarrow U_{Batterie} = (1{,}6076 \pm 0{,}00293)$$

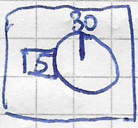
Warum keine Vorz? klappt genau so.

Mit dem Manometer misst man: $U_B = (0{,}12 \pm 0{,}02)V$
und mit dem DMM $U = (1{,}6 \pm 0{,}005)V$.

Offensichtlich ist unser Messwert ziemlich gut geworden, da er fast mit dem Messwert des DMMs übereinstimmt.

Der Wert des Manometers stimmt dabei nicht, weil dort genau der Fall eintritt, den wir umgehen wollten. Es wird nicht stromfrei gemessen, wodurch bereits ein Teil der Spannung abfällt und man nur noch sehr wenig Spannungsabfall am Manometer registriert. Der Effekt ist besonders groß für kleine Innenwiderstände R_i.

Widerstandsmessung mit der Wheatstoneschen Brücke

Der Gesamtwiderstand bei dieser Schaltung betrug $R_{ges} = 100\,\Omega$.
Für 

als Messung am Poti erhält man außerdem

$x = 265$ Skalenteile, wobei es insgesamt $l = 500$ Skt gibt.
(Auch wenn im Praktikumsheft $l = 1000$ steht, was schlichtweg falsch ist, da 1 Strich ($\Delta x = 1$) am Poti $\Delta R = 2$ entspricht!)

ich schaue das nach!

Damit folgt sofort $R_1 = \frac{x}{l} R_{ges} = 53\,\Omega$

$$R_2 = 100\,\Omega - 53\,\Omega = 47\,\Omega$$

wobei wir hier wieder falsch geschaltet haben, d.h. unser x misst sich von oben (R_1) statt von unten (R_2); dies haben wir oben in den Widerständen aber schon einbezogen.

Für den Fehler beim Ablesen schätzen wir $\Delta x = 2,5$ ab,
was mit $\Delta R_1 = \frac{\Delta x}{l} R_{ges} = 0,5\,\Omega$ liefert

und $\Delta R_2 = \Delta R_1 = 0,5\,\Omega$

Aus Aufgabe c) wissen wir, dass für den unbekannten Widerstand gilt: $R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_0$

$$\Rightarrow \Delta R_x = \sqrt{\left(\frac{R_0}{R_2}\Delta R_1\right)^2 + \left(\frac{R_1 R_0}{R_2^2}\Delta R_2\right)^2}$$

und $R_0 = 40\,\Omega$ fehlerfrei an der Widerstandskaskade abgenommen wurde.

$$\Rightarrow R_x = (45,1064 \pm 0,6414)\,\Omega$$

was auch sehr gut mit dem in ~~Aufgabe~~ Messung 1 Ermittelten Wert für R_1 übereinstimmt.

Der Innenwiderstand des Nullelements beträgt $R_i = 100\,\Omega$.
Bei Vollausschlag liegt eine Spannung von 4mV an.
Die maximal anliegende Spannung von außen ist 4V.

(*) $4V = (R_i + R) I$ ist die Gleichung für den Zweig mit dem Amperemeter und dem Widerstand.
Bei 4mV Maximalspannung fließen ein Strom von $I = 0{,}00004\,A$. Da diese auch durch R fließen, benutzt man * um rauszufinden, welchen Widerstand R man benutzen muss, damit dieser Strom durch den Zweig fließt. (*) ⇔ $R = \frac{U}{I} - R_i = 99900\,\Omega$
$= 99{,}9\,k\Omega$

Dies wäre zugleich auch der Widerstand, der die Empfindlichkeit nicht zu stark reduziert, da noch größere Widerstände eine kleinere Stromstärke → Spannungsabfall → geringere Genauigkeit bedeuten würden.

vk

Messung der Temperaturabhängigkeit des el. Widerstandes

Hier gelten die Zusammenhänge:

(1) $R(T) = R_0 (1 + \alpha\, \theta)$, T: in Kelvin, θ: in Celsius
für Leiter und

(2) $R(T) = R_0\, e^{\frac{E_G}{2kT}}$

für Halbleiter.

Wegen der Eigenschaft des ansteigenden Widerstands für Leiter (mehr kalt [illegible] warm!) kann man sofort 3, 4 und 5 als Leiter enttarnen, während 1 ein Halbleiter ist. Da wir weiter wissen, dass es 3 Leiter gibt, muss 2 wohl ebenfalls ein Halbleiter sein, obwohl dieser konstant seinen Widerstand hält.

$$(1) \Leftrightarrow R(T) = R_0 \alpha \vartheta + R_0 \left[= R_0 \alpha (T - 273{,}15) + R_0 \right]$$

$$(2) \Leftrightarrow \ln(R(T)) = \frac{E_G}{2kT} + \ln(R_0)$$

$$\text{mit } k_B = 1{,}380648\,52 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K} = 8{,}617\,33 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{eV}}{\mathrm{K}}$$

Übernimmt man die Tabelle aus den Messungen und nimmt zusätzlich Fehler in der Messung an, so ergeben sie folgende Tabellen mit ~~Gnuplot~~ Excel:

Temperatur	ΔT	Widerstand R	ΔR
in°C	in °C	in Ω	in Ω
31	0.1	125.40	0.20
40	0.1	180.4	0.20
50	0.1	398	0.20
60	0.1	2860	0.20
70	0.1	8940	0.20
80	0.1	7160	0.20
90	0.1	6880	0.20
100	0.1	6000000.00	0.20

Leiter 3

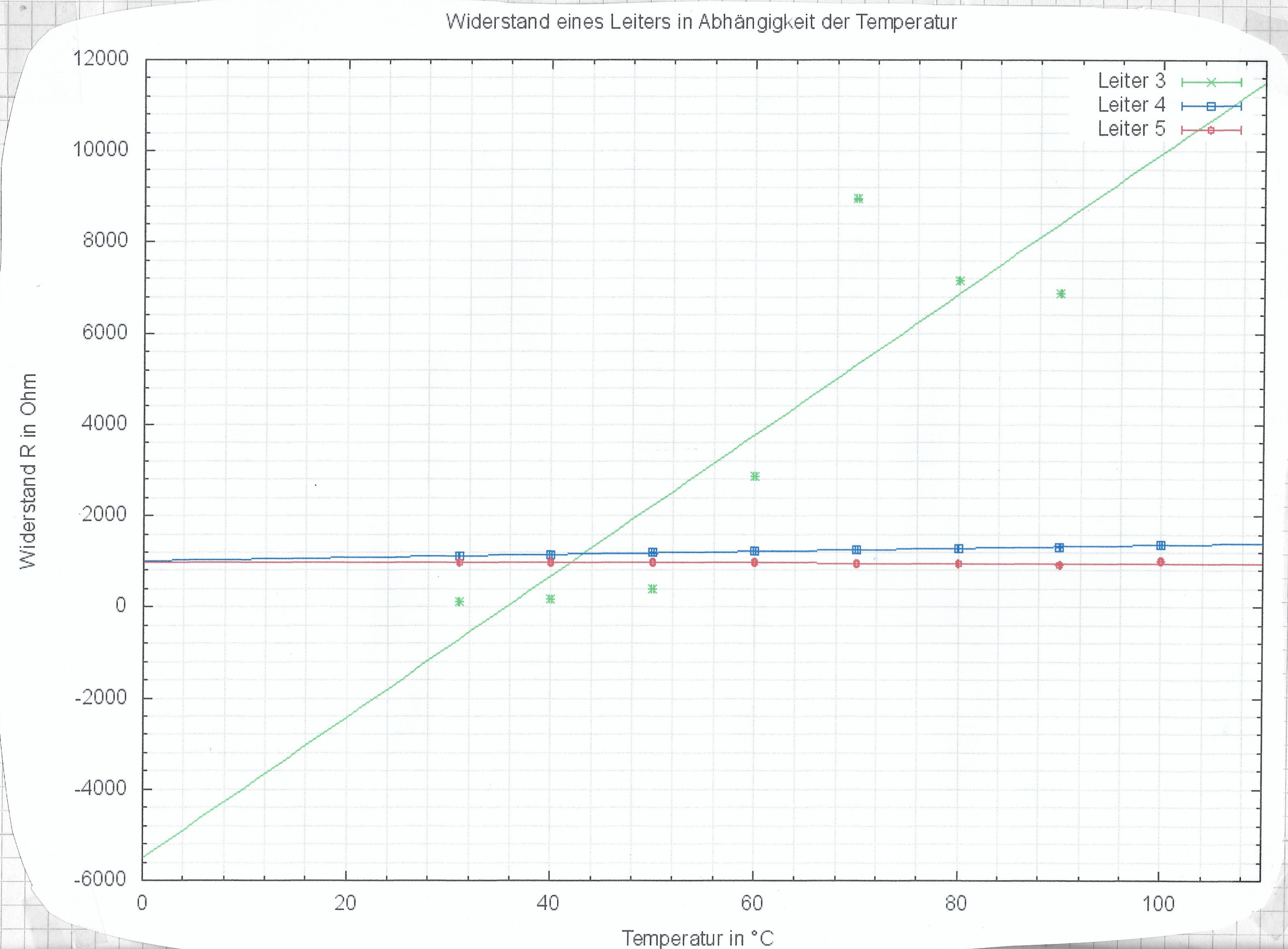
Temperatur	ΔT	Widerstand R	ΔR
in°C	in °C	in Ω	in Ω
31	0.1	1119.00	0.20
40	0.1	1152.00	0.20
50	0.1	1188.00	0.20
60	0.1	1220.00	0.20
70	0.1	1257.00	0.20
80	0.1	1293.00	0.20
90	0.1	1314.00	0.20
100	0.1	1369.00	0.20

Leiter 4

Temperatur	ΔT	Widerstand R	ΔR
in°C	in °C	in Ω	in Ω
31	0.1	980.00	0.20
40	0.1	972.00	0.20
50	0.1	966.00	0.20
60	0.1	976.00	0.20
70	0.1	953.00	0.20
80	0.1	948.00	0.20
90	0.1	920.00	0.20
100	0.1	1003.00	0.20

Leiter 5

Plottet man nun obigen Zusammenhang mit Gnuplot in ein Diagramm, so erhält man:


Widerstand eines Leiters in Abhängigkeit der Temperatur
Leiter 3
Leiter 4
Leiter 5
12000
10000
8000
6000
4000
2000
0
-2000
-4000
-6000
Widerstand R in Ohm
0
20
40
60
80
100
Temperatur in °C

Für Leiter 3 ergibt sich mit Gnuplot:

$$b = R_0 = (-5511{,}53 \pm 2459)\,\Omega$$
$$m = R_0\alpha = (154{,}69 \pm 38{,}84)\,\frac{\Omega}{K}$$
$$\Rightarrow \alpha = \frac{m}{R_0}, \quad \Delta\alpha = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{m}{R_0^2}\Delta R_0\right)^2}$$
$$\alpha = (-0{,}0281 \pm 0{,}01437)\,\frac{1}{K}$$

Für Leiter 4 folgt analog:

$$b = R_0 = (1011{,}35 \pm 6{,}486)\,\Omega$$
$$m = R_0\alpha = (3{,}49563 \pm 0{,}09403)\,\frac{\Omega}{K}$$
$$\Rightarrow \alpha = (0{,}0034564 \pm 0{,}00009558)\,\frac{1}{K}$$

Für Leiter 5 folgt:

$$R_0 = b = (978{,}383 \pm 28{,}11)\,\Omega$$
$$m = R_0\alpha = (-0{,}209338 \pm 0{,}4075)\,\frac{\Omega}{K}$$
$$\Rightarrow \alpha = (-0{,}000214 \pm 0{,}0004165)\,\frac{1}{K}$$

Für $\vartheta = -273{,}15\,°C$ kommen für Leiter 3 negative Werte für den Widerstand raus, was unphysikalisch ist. Für Leiter 4 nähert es sich einem „Grenz" Widerstand von $57\,\Omega$ an („Grenz", weil es noch weiter gehen würde für kleinere Temperaturen). Leiter 5 nähert sich ebenfalls einem positiven Grenzwiderstand an (siehe Graphen).
Man sieht außerdem, dass unsere Messwerte nur für Leiter 3 gute Werte liefern, Leiter 5 verhält sich nicht wie ein Leiter, da sein Widerstand mit steigender Temperatur fällt und Leiter 3 liefert einen negativen Grenzwiderstand und liefert riesige Fehlerwerte!

Für die Halbleiter füllt man eine ähnliche Tabelle aus, wobei man dafür benutzt, dass:

$$\Delta\left(\frac{1}{T}\right) = \frac{\Delta T}{T^2} \quad \text{und} \quad \Delta \ln(R) = \frac{\Delta R}{R}$$

Temperatur	ΔT	Widerstand R	ΔR	1/T	Δ[1/T]	ln[R]	Δln[R]
in K	in K	in Ω	in Ω	in 1/K	in 1/K	in	in
304	0.1	760.00	0.20	0.00328947	0.000001	6.633318	0.000263158
313	0.1	540	0.20	0.00319489	0.000001	6.291569	0.00037037
323	0.1	373.9	0.20	0.00309598	0.000001	5.923988	0.000534902
333	0.1	260.9	0.20	0.003003	0.000001	5.564137	0.000766577
343	0.1	187	0.20	0.00291545	0.000001	5.231109	0.001069519
353	0.1	138.2	0.20	0.00283286	0.000001	4.928702	0.001447178
363	0.1	100	0.20	0.00275482	0.000001	4.605170	0.002
373	0.1	77.5	0.20	0.00268097	0.000001	4.350278	0.002580645

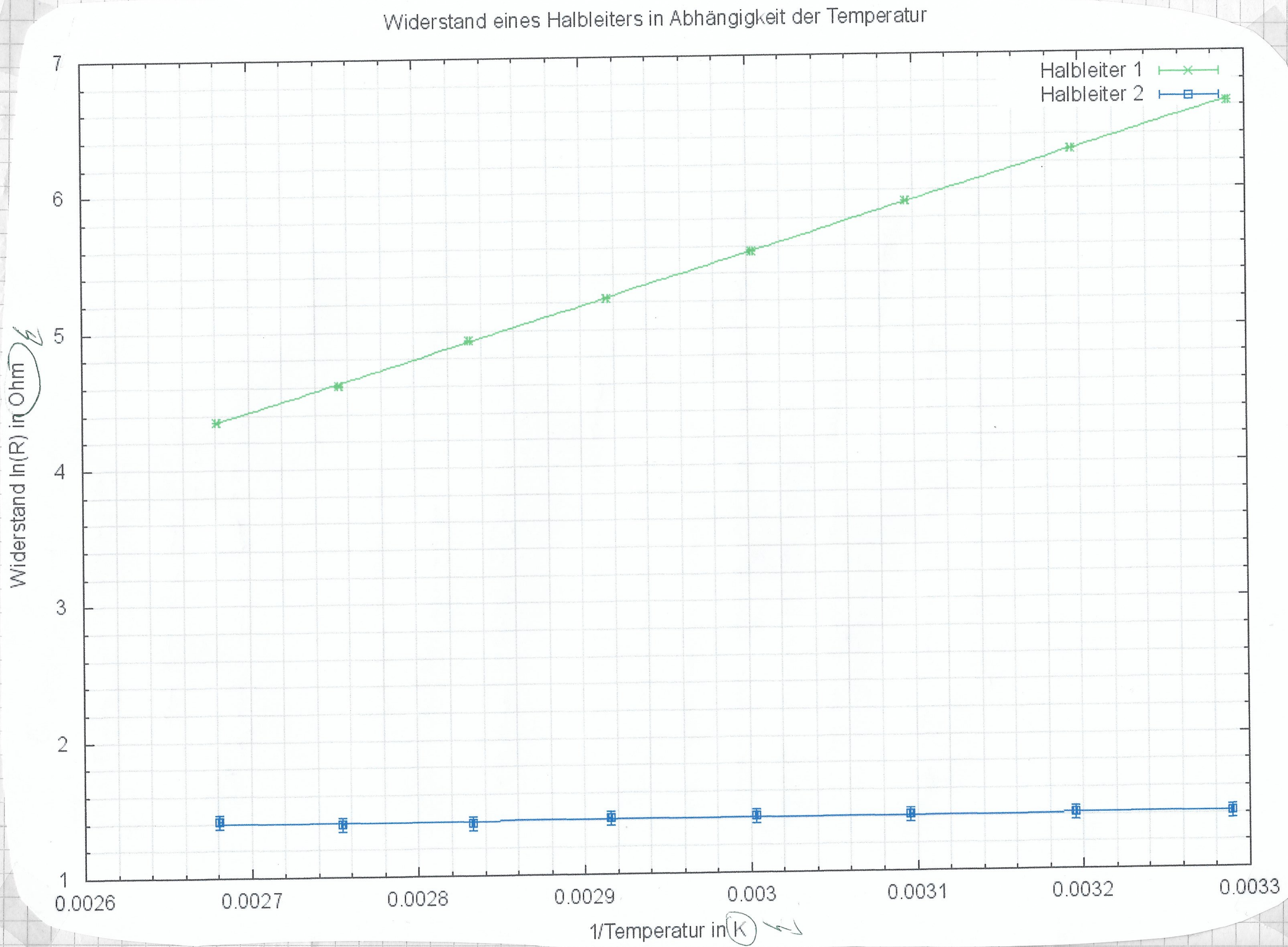
Halbleiter 1

Temperatur	ΔT	Widerstand R	ΔR	1/T	Δ[1/T]	ln[R]	Δln[R]
in K	in K	in Ω	in Ω	in 1/K	in 1/K	in	in
304	0.1	4.10	0.20	0.0032895	0.000001	1.410987	0.04878049
313	0.1	4.1	0.20	0.0031949	0.000001	1.410987	0.04878049
323	0.1	4.1	0.20	0.003096	0.000001	1.410987	0.04878049
333	0.1	4.1	0.20	0.003003	0.000001	1.410987	0.04878049
343	0.1	4.1	0.20	0.0029155	0.000001	1.410987	0.04878049
353	0.1	4	0.20	0.0028329	0.000001	1.386294	0.05
363	0.1	4	0.20	0.0027548	0.000001	1.386294	0.05
373	0.1	4.1	0.20	0.002681	0.000001	1.410987	0.04878049

Halbleiter 2

Hier fällt sofort auf, dass Halbleiter 2 einen annähernd konstanten Widerstand aufweist, was darauf hindeutet, dass selbst 100 °C nicht reichen, um seine Bandlücke anzuregen und Elektronen ins Leitungsband zu befördern.

Trägt man die Werte $\ln(R(T))$ gegen $\frac{1}{T}$ mit Gnuplot auf, so folgt:


Widerstand eines Halbleiters in Abhängigkeit der Temperatur
Halbleiter 1
Halbleiter 2
Widerstand ln(R) in Ohm
1/Temperatur in K
7
6
5
4
3
2
1
0.0026
0.0027
0.0028
0.0029
0.003
0.0031
0.0032
0.0033

Für den Halbleiter 1 gilt:

$$b = \ln(R_0) = (-5{,}78653 \pm 0{,}05851)$$
$$m = \frac{E_G}{2k} = (3779{,}14 \pm 19{,}65)\,K$$

$$\Rightarrow E_G = 2km \quad , \Delta E_G = 2k\Delta m$$

$$E_G = (0{,}65133 \pm 0{,}0033866)\,eV$$

Für den Halbleiter 2 gilt

$$b = \ln(R_0) = (1{,}32392 \pm 0{,}05579)$$
$$m = \frac{E_G}{2k} = (27{,}2269 \pm 18{,}74)\,K$$

$$\Rightarrow E_G = (0{,}00469 \pm 0{,}0032298)\,eV$$

Beide Energien scheinen mir recht klein, wobei die zweite sogar absurd scheint, da bei einer so kleinen Anregungsenergie definitiv der Widerstand hätte sinken sollen. Vielleicht ist die Gap-Energie aber auch so klein, dass wir die Elektronen schon in das nächste Niveau anregen, wo dann wieder zu wenig Energie für die meisten Elektronen vorhanden ist.
Auch beim ersten Halbleiter ist die Energie bloß $\frac{1}{11}$ des Grundzustands von Wasserstoff, also recht gering.

Das mit den Widerständen passt nur teilweise so...

Abschließend lässt sich sagen, dass es nicht "das" Verfahren zur Bestimmung eines Widerstands gibt. Beide verwendeten Verfahren haben ihre Vor- und Nachteile, und doch haben beide recht exakte Werte - verglichen mit dem DMM Wert - geliefert.

Außerdem stellt man sehr schön fest, dass es große Unterschiede macht, ob man eine Spannung stromfrei mit der Kompensations-Schaltung oder belastet misst. ✓

Der Umgang und die verschiedenen Formen des Potentiometers wurden sehr deutlich.

Große Probleme hatten wir bei der Widerstandsbestimmung, abhängig von der Temperatur. Während für einen Leiter akzeptabele Werte rauskamen, kann man für alle anderen absolut nicht feststellen, um welche Materialien es sich handelt. ~~Abr~~

Erstaunlich ist für mich auch gewesen, dass man sich bei den Gap-Energien auf so kleinen Energieskalen bewegt.

Schön!