

Hinweis

Das vorliegende Protokoll wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde dieses Protokoll von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allem in einer anderen Farbe als dem üblichen Blau handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:

<https://www.physics-and-stuff.com/>

Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit des vorliegenden Protokolls! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.

Dieses Werk von [Marvin Zanke](#) ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung – Nicht-kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz](#).

04.11.2015 Versuch 242: Elektrische und magnetische Kraftwirkung auf geladene Teilchen

In diesem Versuch geht es um die Kräfte, die Magnetfelder auf bewegte Ladungen und elektrische Felder auf sowohl bewegte als auch ruhende Ladungen ausüben.

Beim ersten Teil des Versuchs bestimmt man mit Hilfe eines Fadenstrahlrohrs die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$, indem man den Elektronenstrahl und seine zurückgelegte Bahn in einem homogenen Magnetfeld untersucht.

Der zweite Teil beschäftigt sich mit der elektrischen Kraft auf geladene Öltröpfchen. Daraus bestimmt man die Elementarladung e . Der Versuch ist oft bekannt als Millikan-Versuch.

Mit Versuch 1 und 2 zusammen kann man dann letztendlich die Masse eines Elektrons bestimmen.

Größen, Formeln, Begriffe, Schaltungen

Elementarladung: Die kleinste gequantelte Ladung eines Elektrons die vorkommt.

Corioli-Kraft: $F_L = q \cdot v \cdot B$

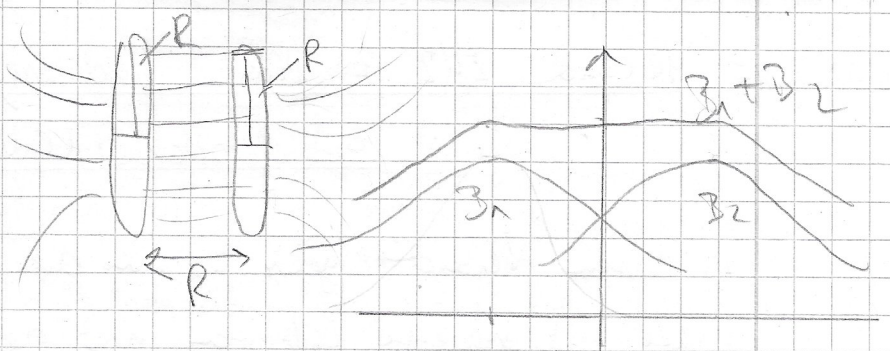
Erzeugung von Elektronenstrahlen - Mit Hilfe einer Glühkathode wird durch d. Strom und damit Hitze die Austrittbarkeit für Elektronen bereitgestellt.

Biot-Savartsches kann benutzt werden, um das Vektorpotential einer beliebigem Stromverteilung

und damit das B-Feld zu bestimmen.

$$|\vec{B}(\vec{r}_1)| = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \nabla \times \frac{j(\vec{r}_2) dV_2}{r_{12}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{j(\vec{r}_2) \times \hat{e}_{12}}{r_{12}^2} dV_2, \quad \hat{e}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

Magnetfeld von Helm- holtz-Spulen



Beim Helmholtz-Spulen-paar sehen die zwei Spulen, die in gleicher Richtung von einem gleich großen Strom I durchflossen werden, im Abstand R voneinander, wobei R der Radius der Spulen ist. Durch diese besondere Anordnung erhält man innerhalb der Spulen ein nahezu homogenes Magnetfeld. Man muss aufpassen, dass I gleichgerichtet ist, da man mit der sonst entstehenden Anti-Helmholtz-Spulen-paar Anordnung ein ansteigendes bzw. abfallendes Magnetfeld herstellt.

B-Feld/H-Feld: Magnetische Flussdichte \vec{B} ist das Pendant zur elektrischen Flussdichte \vec{D} während die magnetische Feldstärke \vec{H} das Pendant zur elektrischen Feldstärke \vec{E} ist. Für den Zusammenhang zwischen H und B -Feld gilt: $B_{\text{vakuum}} = \mu_0 \cdot H_{\text{vakuum}}$.

Die magnetische Flussdichte nimmt also zu, falls man einen Stoff in das Magnetfeld platziert.

$$[B] = \frac{Vs}{m^2} = T$$
$$[H] = \frac{A}{m}$$

H entsteht also lediglich durch einen Strom und \vec{B} ist ein Strom inklusive der Magnetisierungsstärke eines Mediums und dem dadurch entstehenden Feld.

Viskosität: Gibt eine Messmöglichkeit für die "Zähflüssigkeit" eines Materials (Flüssigkeit). Das Gegenteil der Fluidität (Nichtwert), welche ein Maß für die Fließfähigkeit angibt.

Stokes'sche Reibung: Reibungskraft von runden Körpern in einer Flüssigkeit (Gas ohne Turbulenzen (laminare Strömung)). Also kann man das Fluid in Schichten aufteilen.
 $F_R = 6\pi r \eta v$

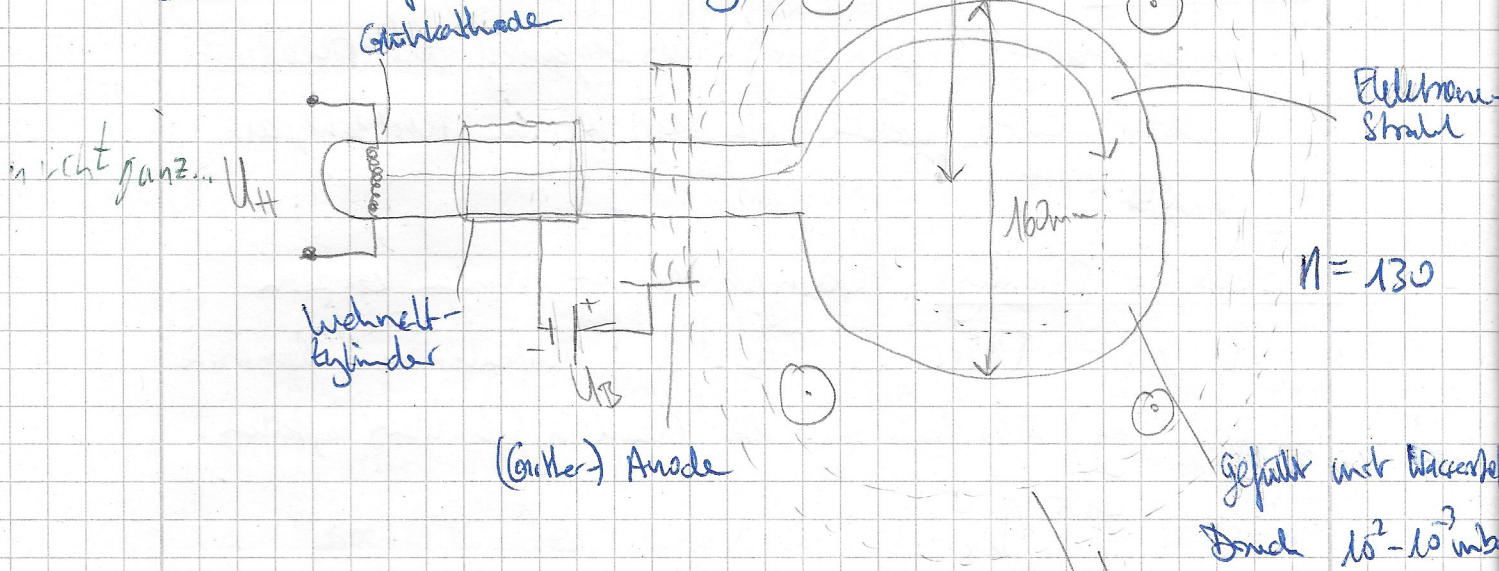
Cunningham-Korrektur: Falls die runden Körper kleiner werden, sodass die Größenordnung \approx mittlere freie Weglänge, dann muss man die Reibungskraft korrigieren und zwar ändert man die Viskosität zu $\eta_{\text{eff}} = \frac{\eta}{1 + \frac{A}{r} (A_1 + A_2 \frac{r}{\lambda})}$ (Wikipedia)
 $= \frac{\eta}{1 + \frac{A}{r}}$ mit $A \sim \lambda$
 $\lambda \hat{=}$ freie mittlere Weglänge

Anschaulich kann der Körper nun ohne W.W. zwischen die Moleküle, dafür wird die W.W. von der Molekülstruktur bestimmt.

freie Weglänge: durchschnittliche Strecke, die der Körper ohne Stoß zurücklegen kann.

Auftrieb: In Gasen oder Flüssigkeiten ist der Auftrieb gleich der Masse des vom Körper verdrängten Volumens (Material des Mediums in welchem der Körper sich befindet).

1. Teil: Spektroskopische Ladung



(1) $F_L = e(\vec{v} \times \vec{B})$ Lorentzkraft

(2) $F = \frac{mv^2}{r}$ Zentripetalkraft / Zentrifugalkraft

(3) $\frac{1}{2} \cdot mv^2 = eU$ Energie beim Verlassen des Beschleunigungsgerätes

Helmholtz-Spulenpaar im Abstand R , Symmetrisch um den Kolben

(1) & (2) $\Rightarrow e v B = \frac{mv^2}{r}$

(3) $\Rightarrow v^2 = \frac{2eU}{m} \quad \uparrow \quad \left(\frac{e}{m}\right)^2 = \left(\frac{v}{r \cdot B}\right)^2 = \frac{2eU}{m r^2 B^2}$

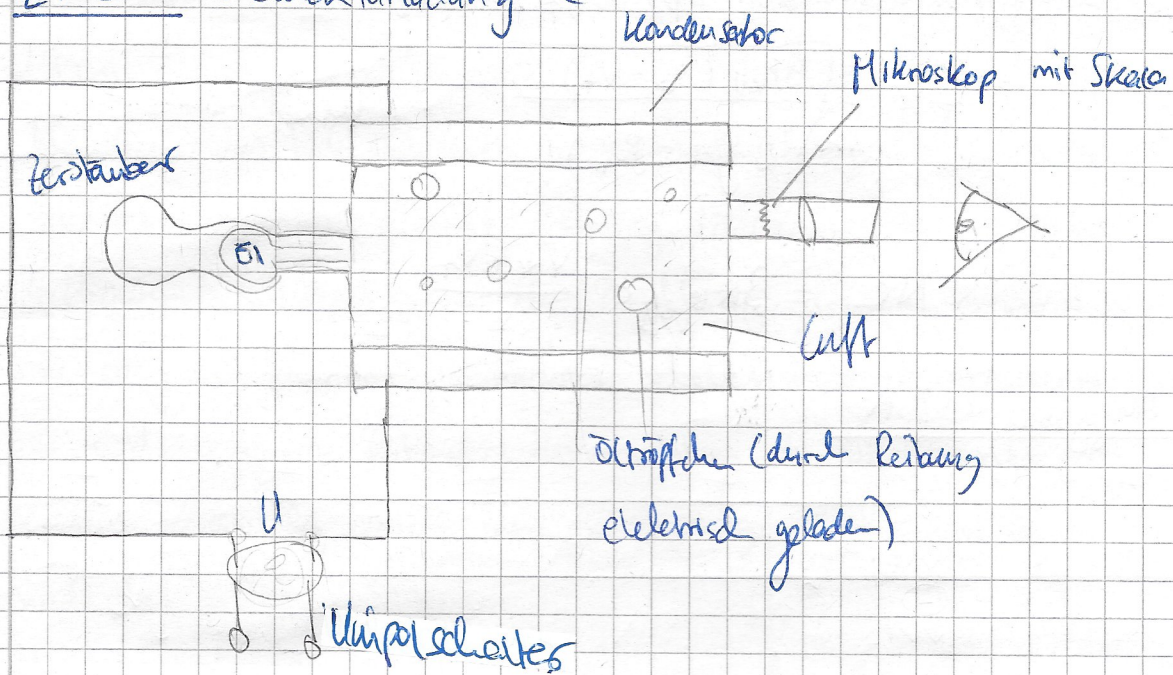
$\Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2}, \quad \left[\frac{e}{m}\right] = \frac{C}{kg}$

Für das homogene Magnetfeld im Inneren der beiden Spulen gilt

mit Biot Savart: $B \approx 0,716 \mu_0 \frac{n \cdot I}{R}$

n : Windungen
 I : Stromstärke $\frac{Vs}{Am}$
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$

2. Teil: Elementarladung e



Mit der Konvention dass nach unten gerichtete Kräfte positiv gezählt werden gilt:

$$1) \vec{F}_g = m\vec{g} = \rho_{\text{Öl}} \frac{4\pi}{3} r^3 \vec{g}$$

GRAVITATION

$\rho_{\text{Öl}}$: Dichte Öl

r : Radius Tropfen

$$2) \vec{F}_a = -\rho_{\text{Luft}} \frac{4\pi}{3} r^3 \vec{g}$$

AUFTRIEB

ρ_{Luft} : Dichte Luft

$\rho_{\text{Öl}} \gg \rho_{\text{Luft}} \Rightarrow$ vernachlässigbar klein

$$3) \vec{F}_r = -6\pi r \eta_{\text{Luft}} \vec{v}$$

STOKESCHE REIBUNG

\vec{v} : Geschwindigkeit Kugel

η_{Luft} : Viskosität Luft

$$4) \vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E} = Ne \vec{E}$$

ELEKTROSTATIK

e : Elementarladung e

N : Anzahl EL Ladungen

Tropfen sinkt: $\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) g - 6\pi r \eta_{\text{eff}} v_{\downarrow} + NeE = 0$

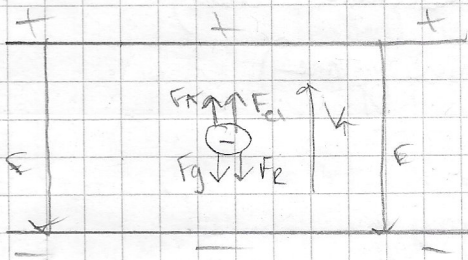
Tropfen steigt: $\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) g + 6\pi r \eta_{\text{eff}} v_{\uparrow} - NeE = 0$

Daraus folgt mit $E = \text{const}$ für v_{\downarrow} und v_{\uparrow} :

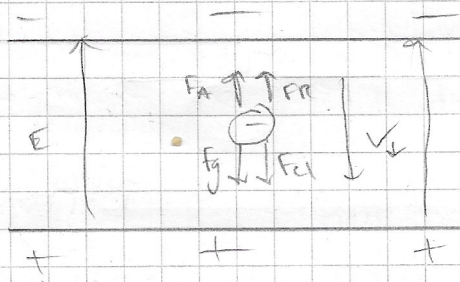
$$r = \sqrt{\frac{9\eta_{\text{eff}}(v_{\downarrow} - v_{\uparrow})}{4g(\rho_{\text{oi}} - \rho_{\text{wa}})}} \quad \text{und}$$

$$Ne = 3\pi\eta_{\text{eff}} r \frac{v_{\downarrow} + v_{\uparrow}}{E}$$

Aufgabe 242.A



Aufsteigendes Tröpfchen



Sinkendes Tröpfchen

Aufgabe 242.B

$$(242.6) \Leftrightarrow -\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{\text{oi}} - \rho_{\text{wa}}) g + 6\pi\eta_{\text{eff}} r v_{\downarrow} = NeE$$

$$(242.7) \Leftrightarrow \frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{\text{oi}} - \rho_{\text{wa}}) g + 6\pi\eta_{\text{eff}} r v_{\uparrow} = NeE$$

Gleichsetzen liefert:

$$2 \frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{\text{oi}} - \rho_{\text{wa}}) g = 6\pi\eta_{\text{eff}} r (v_{\downarrow} - v_{\uparrow})$$

Außerdem gilt bei ausgeschaltetem Feld:

$$\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{\text{oi}} - \rho_{\text{wa}}) g - 6\pi\eta_{\text{eff}} r v_0 = 0 \quad \text{im Gleichgewicht.}$$

$$\Leftrightarrow 2 \frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{\text{oi}} - \rho_{\text{wa}}) g = 2 \cdot 6\pi\eta_{\text{eff}} r v_0$$

mit v_0

$$6\pi\eta_{\text{eff}} r (v_{\downarrow} - v_{\uparrow}) = 2 \cdot 6\pi\eta_{\text{eff}} r v_0$$

$$\Leftrightarrow v_{\downarrow} - v_{\uparrow} = 2v_0$$

Versuchsdurchführung

1. Teil

Nachdem das Fadenstahlrohr Ordnungsgemäß angeschlossen wurde, schaltet man als einzigste Spannung die Glühlampe an. Nach 3 Minuten schaltet man die Beschleunigungsspannung an und wählt eine geeignete Spannung. Als nächstes schaltet man die Helmholtz-Spulen ein und bestimmt mit der Messvorrichtung den Durchmesser des Kreises. Zusätzlich notiert man die zugehörige Beschleunigungsspannung und den nötigen Spulenstrom.

Um Streufelder zu eliminieren, dreht man die Apparatur um 180° und versucht bei gleicher Spannung U den Strom I so zu variieren, dass der Durchmesser wieder den vorigen Wert erreicht.

Man wiederholt man diesen Messvorgang 6 mal für verschiedene Werte von U und I .

2. Teil:

Nachdem alles korrekt geschaltet wurde, gibt man bei diesem Versuch Öltröpfchen mit einem Zerstäuber in eine Kammer zwischen zwei Kondensatorplatten. Man pölt das elektrische Feld um, um gleichere Teilchen zu identifizieren. Man sucht sich ein geeignetes Tröpfchen mit $v \in \left[\frac{1}{100} \frac{\text{mm}}{\text{s}}, \frac{1}{10} \frac{\text{mm}}{\text{s}} \right]$ und misst die Endgeschwindigkeit für beide Feldrichtungen und auch für das abgeschaltete Feld. Man überprüft dies anhand der Formel.

Diese Geschwindigkeiten sind 5 mal zu messen und das ganze wiederholt man für 10 Tröpfchen.

Messung : Startwerte für U_B, U_W, U_S, I_S .

$$U_B = (250 \pm 1) \text{ V}$$

$$U_W = (16,0 \pm 0,5) \text{ V}$$

konstant

ändert sich
aber irrelevant

$$U_S = (5,0 \pm 0,1) \text{ V}, \quad I_S = (1,33 \pm 0,05) \text{ A}$$

~~Für $r = L_1 - L_2$ gilt: $\Delta r = \sqrt{(\Delta L_1)^2 + (\Delta L_2)^2}$~~

U_B in V	I_S^1 in A	I_S^2 in A	L_1 in cm $\pm 0,2$	L_2 in cm $\pm 0,2$	Radius r
250 ± 1	$1,33 \pm 0,05$	$1,27 \pm 0,05$	18,9	8,4	
250 ± 1	$1,63 \pm 0,05$	$1,57 \pm 0,05$	18,9	10,3	
250 ± 1	$1,90 \pm 0,05$	$1,84 \pm 0,05$	18,9	11,8	
220 ± 1	$1,22 \pm 0,05$	$1,18 \pm 0,05$	18,9	8,4	
220 ± 1	$1,12 \pm 0,05$	$1,09 \pm 0,05$	18,9	7,3	
220 ± 1	$2,15 \pm 0,05$	$2,00 \pm 0,05$	18,9	13,1	
180 ± 1	$1,4 \pm 0,05$	$1,36 \pm 0,05$	18,9	11,0	
180 ± 1	$1,05 \pm 0,05$	$1,0 \pm 0,05$	18,9	8,1	
150 ± 1	$1,13 \pm 0,05$	$1,07 \pm 0,05$	18,9	10,8	
150 ± 1	$0,96 \pm 0,05$	$0,9 \pm 0,05$	18,9	8,0	

also

Teil 2 : Kondensatorplattenabstand 7,76 mm

$$U = 386 \text{ V} / 550 \text{ V}$$

Temperatur $\approx 27^\circ \text{ C}$

No	$t(V_p)$ für Q_{5mm} in s	$t(V_p)$ für $Q_{0,5mm}$ in s	$t(V_o)$ für $Q_{0,5mm}$ in s
1	9,84 10,31 10,94	1,57 1,6 2,06	4,1 4,41 3,03
2	4,41 3,07 2,31	1,68 1,12 1,35	10,52 9,09 10,01
3	2,28 1,59 1,22	1,31 1,28 1,5	6,37 6,28 6,16
4	3,85 3,85 3,7 3,87	2,66 2,61	18,24 18,56 19,24 18,05
5	1,67 2,73	2,01 2,00	/
6	22,16	5,78 5,82	18,32
7	6,7 6,58 6,33	3,74 3,78	16,56 18,70 16,56 16,82
8	21,91 22,87 21,04	5,92 6,36 6,3	

75

Auswertung

Wiederholen (42.1) um einen Störterm.

$F_L = e v B_S + e v B_E = e v (\underbrace{B_S^2 + B_E}_{B_S})$ bzw. $e v (\underbrace{B_S^1 - B_E}_{B_S})$
welcher von dem Magnetfeld der Erde herrührt.

Je nach Stellung des Aufbaus bezüglich dem Äquator ist dieses unterschiedlich groß. Zuerst internieren wir uns aber auch nicht dafür, sondern nutzen die beiden Messungen bloß, um diesen Störterm zu eliminieren.

$$2B_S = \frac{B_S^2 + B_S^1}{2} \Rightarrow I_S = \frac{I_S^2 + I_S^1}{2}$$

folgt indem man beide Gleichungen aufaddiert.

Außerdem folgt:

$$0 = B_S^2 - B_S^1 + B_E + B_E \Leftrightarrow B_E = \frac{B_S^1 - B_S^2}{2}$$

Daraus folgt auch sofort für die Fehlerwerte nach

Gauß:

$$\Delta I_S = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 (\Delta I_S^2)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 (\Delta I_S^1)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta I_S^2)^2 + (\Delta I_S^1)^2}$$

$$\Delta B_E = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 (\Delta B_S^1)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 (\Delta B_S^2)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta B_S^1)^2 + (\Delta B_S^2)^2}$$

Angabe für die Spule (angegeben):

$$R = 150 \text{ mm} = 0,15 \text{ m}, \quad n = 130$$

$$\Rightarrow B = \mu_0 \cdot 0,716 \cdot \frac{n}{R} \cdot I = 7,7979 \cdot 10^{-4} \cdot I \text{ [T]}$$

$$\text{Außerdem } \Delta B = 7,7979 \cdot 10^{-4} \Delta I$$

folgt sofort mit den eingesetzten Werten.

Für die spezifische Ladung findet man dann Gleichung (242.4) um zu $U((rI)^2)$, sodass man wie verlangt diese Abhängigkeit linear darstellen kann.

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2} = \frac{2U}{r^2 \cdot 6,08 \cdot 10^{-7} \cdot I^2} \left[\frac{C}{kg} \right]$$

$$\Leftrightarrow \frac{e}{m} I^2 r^2 \cdot 6,08 \cdot 10^{-7} = 2U$$

$$\Leftrightarrow U = 3,04 \cdot 10^{-7} \frac{e}{m} (Ir)^2$$

Für folgende Tabelle nutze ich nun die eben errechnete Formel für I_s und damit B_s . Außerdem errechnet man den Kreisradius aus der Tabelle a) mit:

$$d = L_1 - L_2 \Rightarrow r = \frac{L_1 - L_2}{2}$$

$$\Delta r = \sqrt{\frac{1}{2}(\Delta L_1)^2 + \frac{1}{2}(\Delta L_2)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta L_1)^2 + (\Delta L_2)^2}$$

Außerdem errechnet man noch

$$(r \cdot I)^2 \Rightarrow \Delta[(r \cdot I)^2] = \sqrt{(2rI^2 \Delta I)^2 + (2rI^2 \Delta r)^2}$$

Für die Steigung m gibt Graphplot: $m_s = (10226,3 \pm 8608) \frac{V}{A^2 m^2}$
und für den y-Achsenabschnitt: $b = (165,65 \pm 36,80) V$

Mit $m_s = 3,04 \cdot 10^{-7} \frac{e}{m} \frac{V}{A^2 m^2}$ folgt mit Gaußband Umformung
 $\Leftrightarrow \frac{e}{m} = \frac{m_s}{3,04 \cdot 10^{-7}}$ und

$$\Delta\left(\frac{e}{m}\right) = \frac{1}{3,04 \cdot 10^{-7}} \cdot \Delta m_s \text{ und damit}$$

$$\frac{e}{m} = (3,364 \pm 2,83) \cdot 10^{10} \frac{C}{kg}$$

Der Literaturwert von $\frac{e}{m_e} \approx 1,75882 \cdot 10^{11} \frac{mC}{kg}$ liegt einige Größenordnungen höher, was ein Zeichen dafür ist, dass unsere Messwerte sehr schlecht waren. Dies wird auch durch unsere riesigen Fehler bestätigt.

U_B in V	ΔU_B in V	I_1 in A	ΔI_1 in A	I_2 in A	ΔI_2 in A	I_3 in A	ΔI_3 in A	B_S in Tesla	ΔB_S in T	r in m	Δr in m	$(r/l)^2$ in Am^{-2}	$\Delta[(r/l)^2]$ in Am^{-2}
250	1	1.33	0.05	1.27	0.05	1.3	0.03535534	0.00101373	2.757E-05	0.0525	1.41E-03	0.00465806	0.00035608
250	1	1.63	0.05	1.57	0.05	1.6	0.03535534	0.00124766	2.757E-05	0.043	1.41E-03	0.00473344	0.00037433
250	1	1.9	0.05	1.84	0.05	1.87	0.03535534	0.00145821	2.757E-05	0.0355	1.41E-03	0.00440697	0.00038771
220	1	1.22	0.05	1.18	0.05	1.2	0.03535534	0.00093375	2.757E-05	0.0525	1.41E-03	0.003969	0.00031646
220	1	1.12	0.05	1.09	0.05	1.105	0.03535534	0.00086167	2.757E-05	0.058	1.41E-03	0.00410753	0.00033011
220	1	2.15	0.05	2	0.05	2.075	0.03535534	0.00161806	2.757E-05	0.029	1.41E-03	0.00362103	0.00037311
180	1	1.4	0.05	1.36	0.05	1.38	0.03535534	0.00107611	2.757E-05	0.0395	1.41E-03	0.00297134	0.00026111
180	1	1.05	0.05	1	0.05	1.025	0.03535534	0.00079928	2.757E-05	0.084	1.41E-03	0.00741321	0.00056875
150	1	1.13	0.05	1.07	0.05	1.1	0.03535534	0.00085777	2.757E-05	0.0405	1.41E-03	0.0019847	0.00018808
150	1	0.96	0.05	0.9	0.05	0.93	0.03535534	0.0007252	2.757E-05	0.0545	1.41E-03	0.00256897	0.00023627

Für B_E gilt außerdem wie eben gezeigt wurde:

$$B_E = \frac{B_S^1 - B_S^2}{2}$$

$$\Delta B_E = \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta B_S^1)^2 + (\Delta B_S^2)^2}$$

und damit

$$B_E = \frac{\mu_0 \cdot 0,716 \cdot \frac{n}{l} (I_S^1 - I_S^2)}{2}$$

$$= \frac{2,7979 \cdot 10^{-4} (I_S^1 - I_S^2)}{2}$$

$$\Delta B_E = \frac{1}{2} \sqrt{(2,7979 \cdot 10^{-4} \Delta I_S^1)^2 + (2,7979 \cdot 10^{-4} \Delta I_S^2)^2}$$

$$\Rightarrow B_E = (2,339 \pm 2,76) \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

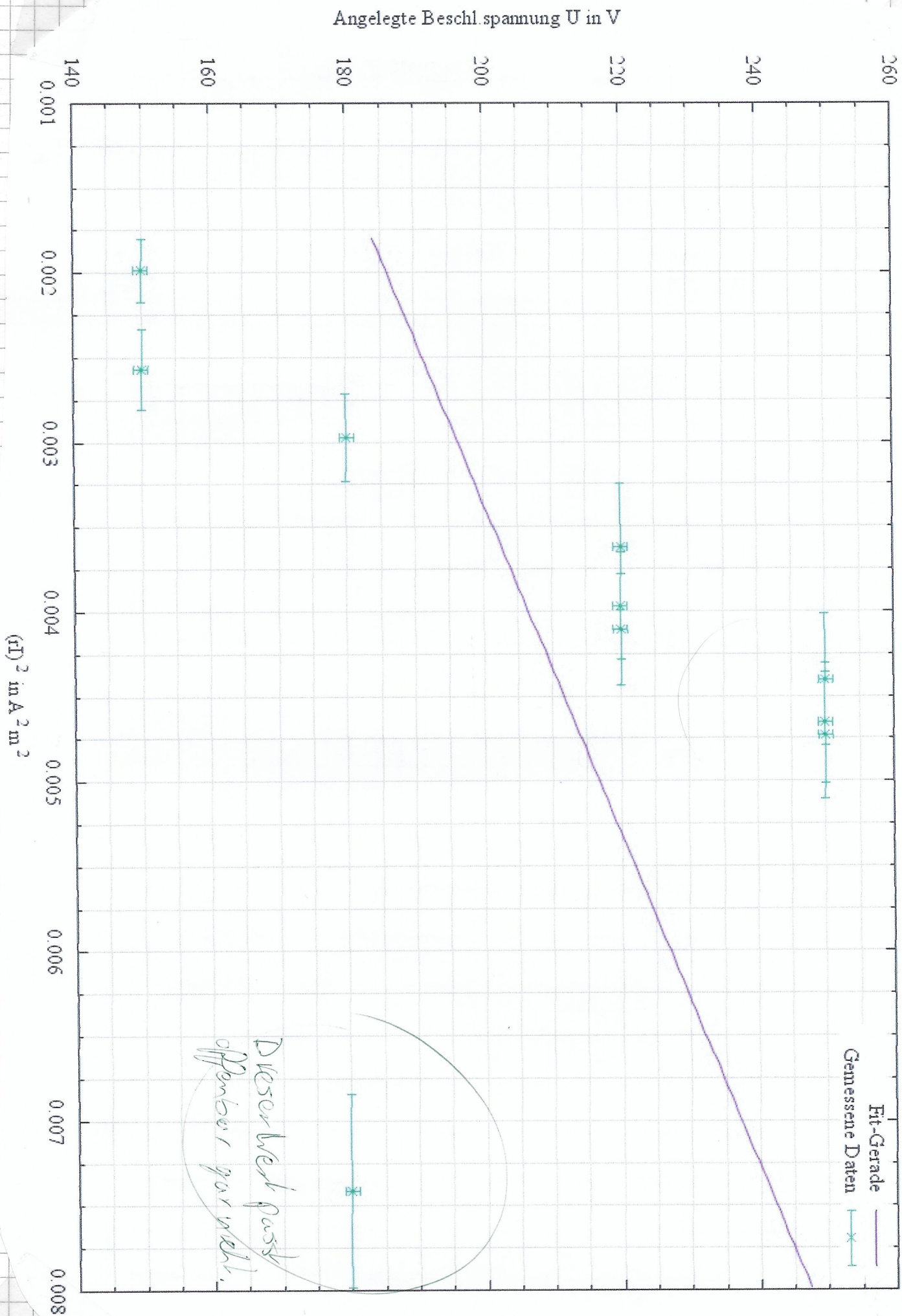
Literaturwert: 30 μT

Hier erhalten wir einen sehr guten Messwert. Wir können also darauf schließen, dass wir die größten Fehler bei der Radiusbestimmung gemacht haben.

Welchen Wert von I_S habt ihr für B_E genommen?

Für $\frac{l}{n}$ wäre was besseres heraus gekommen wenn ihr den schlechten Wert eingegeben hätte

Spezifische Masse e/m



Teil 2

g) Die Zimmertemperatur betrug etwa 27°C .

Interpolation der Werte aus der Tabelle liefert mit

$$\text{linearem Ansatz: } \frac{19,12 \mu\text{Pa s} - 18,19 \mu\text{Pa s}}{40^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}} = m = 4,65 \cdot 10^{-8} \frac{\mu\text{Pa s}}{\text{K}}$$

$$\Rightarrow \eta(T_{27}) = \eta(T_{20}) + m \cdot (T - 20) \\ = 18,52 \mu\text{Pa s}$$

Dies darf man, da die Steigung $f_r = \frac{\eta(T_{20}) - \eta(T_{10})}{T_{20} - T_{10}} = 4,95$

ungefähr gleich der eben errechneten ist,

Mit dem Fehler in der Steigung schätzen wir den Fehler ~~zu~~ mittels der anderen Steigung ab:

$$\eta(T_{27}) = \eta(T_{20}) + m \cdot (T - 20) = 18,54 \mu\text{Pa s}$$

$$\Rightarrow \Delta\eta \approx 0,02 \mu\text{Pa s}$$

$$\Rightarrow \eta_{\text{Mess}} = (18,52 \pm 0,02) \mu\text{Pa s}$$

Werte wäre
Mittel über
Steigungen
entsprechend
Vorkursen
dabei ist u

Die Geschwindigkeiten der Öltröpfchen errechnet man mit Hilfe der Zeiten, die die Öltröpfchen brauchen um eine große Skaleneinleitung ($0,5 \text{ mm}$) zurückzulegen. Der gesamte Fehler ist dabei in der Zeit die gestoppt wurde absorbiert. Da leider einige Öltröpfchen schnell aus dem Sichtfeld verschwinden sind, war es uns nicht immer möglich mehrere Werte für 1 Öltröpfchen zu messen, im Marmalfall konnten wir die Messung 3-4 mal wiederholen. Dadurch sind einige Werte für die Zeit abstrahiert stark neben dem Wert den man sich für das gewünschte Ergebnis aussuchen sollte

Mit der Tabelle aus den Messungen und der Formel $v = \frac{s}{t} = \frac{0,0005 \text{ m}}{t}$ ergibt sich für den Fehler

$\Delta v = \frac{0,0005 \text{ m}}{t^2} \Delta t$ und damit $f(v_{\uparrow})$ (Geschwindigkeit im steigenden Fall) und $f(v_{\downarrow})$ (Geschwindigkeit im sinkenden Fall) mit den zugehörigen Werten für die Zeit (Δt_{\uparrow} und Δt_{\downarrow}) (Δt_0 ist der freie Fall-Fall, damit rechnen wir also nicht weiter) füge die Tabelle auf der nächsten Seite. *Tunke

Mit den Werten die man bis jetzt gemessen und errechnet hat - zusätzlich die Dichten von Öl ($886 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) und der von Wasser ($1,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) - kann man nun den Radius der Tröpfchen ausrechnen, indem man die Formel aus der Vorbereitung nutzt: Diese hat sich aus dem Kräfteansatz hergeleitet:

$$r = \sqrt{\frac{9 \eta_{\text{eff}} (v_{\downarrow} - v_{\uparrow})}{4g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Wasser}})}}$$

Die Erdbeschleunigung wird dabei fehlerfrei als $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ angenommen.

Damit gilt für den Fehler:

$$\Delta r = \sqrt{\left(\frac{1}{2r} \cdot \frac{9 \eta_{\text{eff}} (v_{\downarrow} - v_{\uparrow})}{4g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Wasser}})} \cdot \Delta \eta_{\text{eff}} \right)^2 + \left(\frac{1}{2r} \cdot \frac{9 \eta_{\text{eff}}}{4g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Wasser}})} \cdot \Delta v_{\downarrow} \right)^2 + \left(\frac{1}{2r} \cdot \frac{9 \eta_{\text{eff}}}{4g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Wasser}})} \cdot \Delta v_{\uparrow} \right)^2}$$

* Δt_{\uparrow} , Δt_{\downarrow} und Δt_0 errechnen sich dabei als Mittelwert aus den gemessenen Zeiten für das gleiche Tröpfchen:

$$\Delta t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i \quad \text{und damit} \quad \Delta(\Delta t) = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2}$$

wobei n die Anzahl der Messungen ist.

#	t ↑	Δt ↑	t ↓	Δt ↓	t ₀	Δt ₀	φ _{t_r}	Δ(φ _{t_r})	φ _{t_v}	Δ(φ _{t_v})	φ _{v_v}	Δ(φ _{v_v})		
#1	9.84	0.5	1.57	0.5	4.1	0.5								
	10.31	0.5	1.6	0.5	4.41	0.5								
	10.94	0.5	2.06	0.5	3.03	0.5								
#2	4.41	0.5	1.68	0.5	10.52	0.5	10.3633333	0.288675135	1.743333333	0.28867513	4.8247E-05	1.34394E-06	0.00028681	4.7492E-05
	3.07	0.5	1.12	0.5	9.09	0.5								
	2.31	0.5	1.35	0.5	10.91	0.5								
#3	2.28	0.5	1.31	0.5	6.37	0.5	3.2633333	0.288675135	1.383333333	0.28867513	0.0015322	1.35537E-05	0.00036145	7.5427E-05
	1.59	0.5	1.28	0.5	6.28	0.5								
	1.22	0.5	1.5	0.5	6.16	0.5								
#4	3.89	0.5	2.66	0.5	18.24	0.5	1.6966667	0.288675135	1.363333333	0.28867513	0.0002947	5.01402E-05	0.00036675	7.7656E-05
	3.7	0.5	2.61	0.5	18.56	0.5								
	3.87	0.5			19.24	0.5								
#5	1.67	0.5	2.01	0.5	18.05	0.5	3.82	0.288675135	2.635	0.23570226	0.00013089	9.89128E-06	0.00018975	1.6974E-05
	2.73	0.5	2	0.5										
#6	22.16	0.5	5.78	0.5	18.32	0.5	2.2	0.353553391	2.005	0.35355339	0.00022727	3.65241E-05	0.00024938	4.3974E-05
			5.82	0.5										
#7	6.7	0.5	3.74	0.5	16.56	0.5	22.16	0.5	5.8	0.5	2.2563E-05	5.09097E-07	8.6207E-05	7.4316E-06
	6.58	0.5	3.78	0.5	18.7	0.5								
	6.33	0.5			16.56	0.5								
#8	21.91	0.5	5.92	0.5	16.82	0.5	6.5366667	0.288675135	3.76	0.35355339	7.6492E-05	3.37805E-06	0.00013298	1.2504E-05
	22.87	0.5	6.36	0.5										
	21.04	0.5	6.3	0.5										
							21.94	0.288675135	6.193333333	0.28867513	2.2789E-05	2.99851E-07	8.0732E-05	3.763E-06

Mit Hilfe von r kann man dann auch die Ladung des jeweils betrachteten Tröpfchens errechnen mittels der Formel

$$N_e = 3\pi n_{eff} r \frac{v_{\downarrow} + v_{\uparrow}}{E}$$

$$\Rightarrow \Delta(N_e) = \sqrt{\left(3\pi \frac{v_{\downarrow} + v_{\uparrow}}{E} r \Delta n_{eff}\right)^2 + \left(\frac{3\pi n_{eff}}{E} r \Delta v_{\downarrow}\right)^2 + \left(\frac{3\pi n_{eff}}{E} \Delta v_{\uparrow}\right)^2 + \left(\frac{3\pi n_{eff} (v_{\downarrow} + v_{\uparrow})}{E} \Delta r\right)^2}$$

Berechnen. Dabei benutzen wir $E = \frac{U}{d}$
 und $U = 550V$ (vorgegeben), $d = 7,76mm$ (vorgegeben)
 $\Rightarrow E = 70876,29 \frac{V}{m}$ (Schleife, da angegeben).

#	$\phi_{v\uparrow}$	$\Delta(\phi_{v\uparrow})$	$\phi_{v\downarrow}$	$\Delta(\phi_{v\downarrow})$	r in m	Δr in m	$N_e = q$ in C	ΔN_e in C
#1								
#2	4.8247E-05	1.34394E-06	0.00028681	4.7492E-05	1.0702E-06	2.6642E-08	8.83054E-19	1.27133E-19
#3	0.00015322	1.35537E-05	0.00036145	7.5427E-05	9.9984E-07	4.5997E-08	1.26726E-18	1.975E-19
#4	0.0002947	5.01402E-05	0.00036675	7.7656E-05	5.8815E-07	9.4317E-08	9.58058E-19	2.0379E-19
#5	0.00013089	9.89128E-06	0.00018975	1.6974E-05	5.316E-07	2.2177E-08	4.19777E-19	3.11152E-20
#6	0.00022727	3.65241E-05	0.00024938	4.3974E-05	3.2576E-07	1.0531E-07	3.8239E-19	1.31848E-19
#7	2.2563E-05	5.09097E-07	8.6207E-05	7.4316E-06	5.5276E-07	8.0875E-09	1.48068E-19	1.03692E-20
#8	7.6492E-05	3.37805E-06	0.00013298	1.2504E-05	5.2076E-07	1.4926E-08	2.6864E-19	1.83088E-20
	2.2789E-05	2.99851E-07	8.0732E-05	3.763E-06	5.2742E-07	4.2957E-09	1.34463E-19	5.024E-21

h) Schaut man sich diese Tabelle noch einmal genauer an, so stellt man fest, dass die kleinsten gemessenen Ladungen $\approx 1,48 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ und $\approx 1,344 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ sind. Setzen wir an dieser Stelle voraus, dass wir das Ergebnis - also die Elementarladung - bereits kennen, so wählen wir den kleineren Wert als Ausreißer und nehmen an, dass $\approx 1,48 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ der größte gemeinsame Teiler unserer Messwerte ist.

Damit folgt dann für die Menge an „Elementarladungen“ auf einem Öltröpfchen: $N = \frac{Q_i}{e}$. Diese Werte rundet man auf und teilt dann die Ladung durch die gerundete Zahl um zu errechnen, was in diesem Fall die kleinste gerundete Ladung ist. Das Aufmunden ist dabei ein wichtiger Schritt, da wir ja die kleinste Ladung suchen, die in alle gemessenen Öltröpfchen als ganzzahliges Vielfaches reinpasst.

$$Q_{s_i} = \frac{q}{N} = \frac{(Ne)}{N}$$

$$\Delta Q_{s_i} = \frac{\Delta(Ne)}{N}$$

Man erhält folgende Tabelle:

#	$N_e = q$ in C	ΔN_e in C	$N = q / \text{ggT } C$	$e = q / N$ in C	Δe in C
#1					
#2	8.83054E-19	1.27133E-19	5.963842609	1.47176E-19	3.24137E-20
#3	1.26726E-18	1.975E-19	8.558661158	1.40807E-19	2.69505E-20
#4	9.58058E-19	2.0379E-19	6.470394128	1.36865E-19	3.50692E-20
#5	4.19777E-19	3.11152E-20	2.835027368	1.39926E-19	4.77811E-20
#6	3.8239E-19	1.31848E-19	2.582530902	1.27463E-19	6.11289E-20
#7	1.48068E-19	1.03692E-20	1	1.48068E-19	1.48431E-19
#8	2.6864E-19	1.83088E-20	1.814304003	1.3432E-19	6.77811E-20
	1.34463E-19	5.024E-21	0.908116778	1.34463E-19	1.34557E-19

Hier sieht man bereits, dass die Werte von N bei weitem nicht ganzzahlig sind. Durch das Aufrunden erhält man einen relativ großen Messfehler. Erstaunlich ist der -bis jetzt nur der Korrektur- bereits ziemlich gute Wert für den ggT (unser $e = 1,48 \cdot 10^{-19} \text{ C}$). Auch die Fehler halten sich in Grenzen, innerhalb von ihren Grenzen stimmen unsere Werte für e fast immer.

u'ax

i) Für die angegebene Gleichung $(e_{s_{ii}})^{2/3} = e_0^{2/3} \left(1 + \frac{\Delta}{r_i}\right)$
braucht man noch die Potenz von den e-Werten
und den reziproken Wert von r.

$$\Delta(e_{s_{ii}}^{2/3}) = \frac{2}{3} e_{s_{ii}}^{-1/3} \Delta e_{s_{ii}}$$

$$\text{und } \Delta\left(\frac{1}{r_i}\right) = -\frac{1}{r_i^2} \Delta r_i.$$

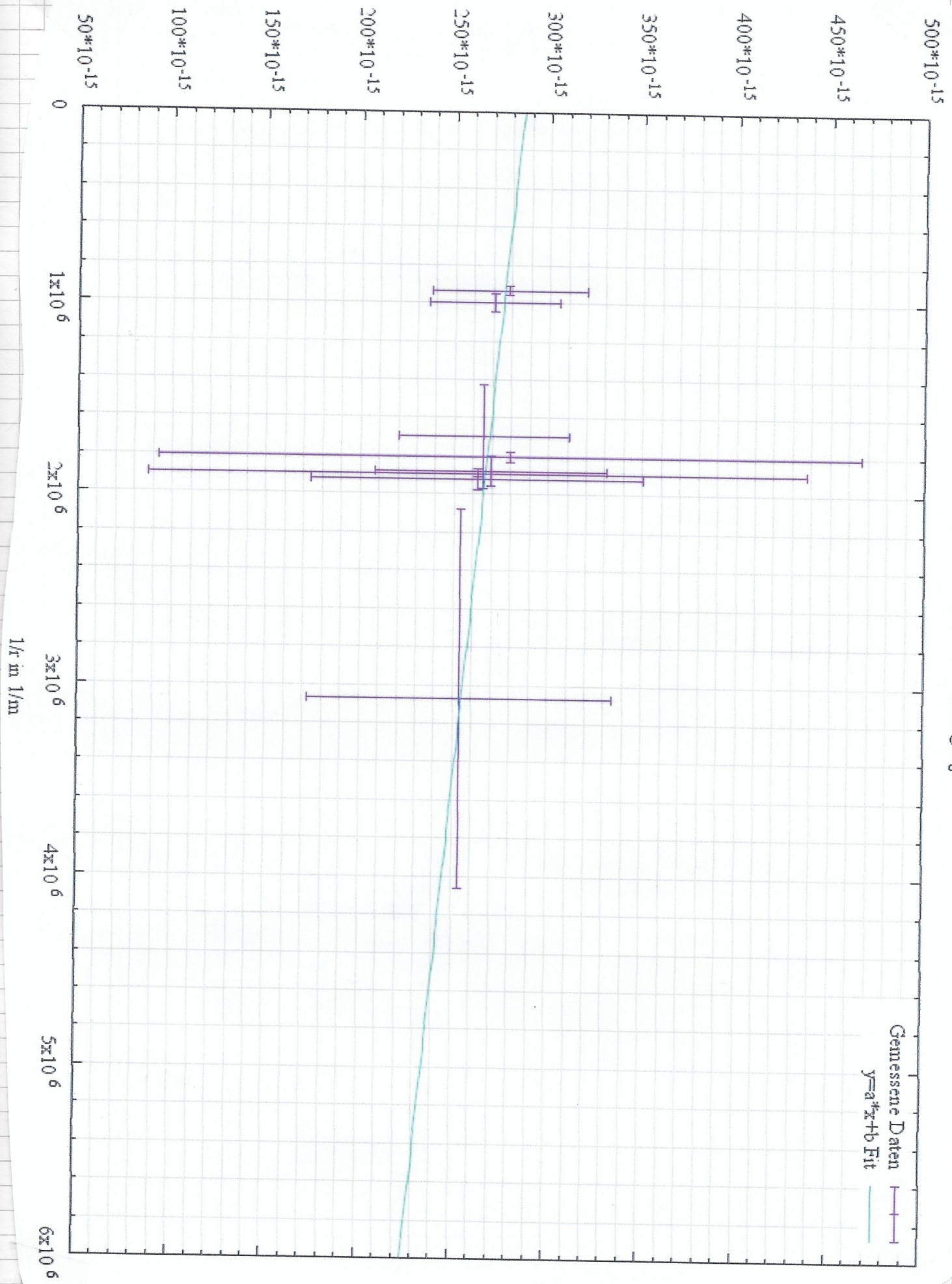
Damit füllt man die Tabelle weiter aus und erhält.

#	e=q/N in C	Δe in C	e ^{2/3} in C ^{2/3}	Δe ^{2/3} in C ^{2/3}	1/r in 1/m	Δ(1/r) in 1/m
#1						
	1.47176E-19	3.24137E-20	2.78756E-13	4.09285E-14	934416.483	23262.2573
#2						
	1.40807E-19	2.69505E-20	2.70655E-13	3.45357E-14	1000159.78	46011.6866
#3						
	1.36865E-19	3.50692E-20	2.6558E-13	4.53666E-14	1700255.12	272657.547
#4						
	1.39926E-19	4.77811E-20	2.69524E-13	6.13573E-14	1881122.11	78477.2991
#5						
	1.27463E-19	6.11289E-20	2.53274E-13	8.09768E-14	3069766.88	992363.305
#6						
	1.48068E-19	1.48431E-19	2.79881E-13	1.87045E-13	1809095.1	26468.8462
#7						
	1.3432E-19	6.77811E-20	2.62277E-13	8.82342E-14	1920279.26	55039.6723
#8						
	1.34463E-19	1.34557E-19	2.62463E-13	1.75098E-13	1896009	15442.4936

Stellt man grafisch nun $(e_{s_{ii}})^{2/3}$ gegen $\frac{1}{r_i}$ dar, so
kann man $(e_0)^{2/3}$ als y-Achsenabschnitt ablesen.

Elementarladung e_0

$$e^{2B} \text{ in } C^{2B}$$



Gruppot gibt für die Steigung

$$m = (-1, 01796 \cdot 10^{-20} \pm 3,609 \cdot 10^{-21}) \text{ m}$$

und für den y-Achsenabschnitt

$$b = (2,85884 \pm 0,06785) \cdot 10^{13} \text{ C}^{2/3} = e_0^{2/3}$$

$$\Rightarrow \Delta e_0 = \frac{3}{2} (e_0^{2/3})^{1/2} \cdot \Delta (e_0^{2/3})$$

$$\Rightarrow e_0 = (1,5286 \pm 0,05442) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Dieser Wert für die Elementarladung sieht schon sehr viel besser aus. Innerhalb der Fehlergrenzen liegt er mit $|e - e_0| = 1,916 \cdot 10^{-21} \text{ C}$ schon sehr nahe am Literalkwert.

Interess sind

$$j) \quad \Gamma_0 = \sqrt{\frac{g_{\text{max}} (V_k - V_r)}{4g (j_{\text{on}} - j_{\text{off}})}} \quad , \quad Ne_0 = 3\pi \eta_{\text{max}} \Gamma_0 \frac{V_k + V_r}{E} \quad (1)$$

$$\Gamma_s = \sqrt{\frac{g_{\text{max}} (V_k - V_r)}{4g (j_{\text{on}} - j_{\text{off}})}} \quad , \quad Ne_s = 3\pi \eta_{\text{max}} \Gamma_s \frac{V_k + V_r}{E} \quad (2)$$

$$\text{Aus (1) folgt } \Gamma_0 = \sqrt{\frac{g_{\text{max}} (V_k - V_r)}{4g (j_{\text{on}} - j_{\text{off}})}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{A}{\sigma}}} = \Gamma_s \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{A}{\sigma}}}$$

und

$$\begin{aligned} Ne_0 &= 3\pi \eta_{\text{max}} \Gamma_0 \frac{V_k + V_r}{E} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{A}{\sigma}}} \\ &= 3\pi \eta_{\text{max}} \Gamma_s \frac{V_k + V_r}{E} \frac{1}{(1 + \frac{A}{\sigma})^{3/2}} \\ &= Ne_s \cdot \frac{1}{(1 + \frac{A}{\sigma})^{3/2}} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow e_0 = e_s \cdot (1 + \frac{A}{\sigma})^{-3/2}$$

$$k) \frac{e}{m} = (3,364 \pm 2,83) \cdot 10^{10} \frac{C}{kg}$$

$$\text{Literaturwert: } \frac{e}{m} \approx 1,75882 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$C_0 = (1,5286 \pm 0,05442) \cdot 10^{-19} C$$

$$\text{Literaturwert: } e = 1,60218 \cdot 10^{-19} C$$

Mit unseren Werten folgt für die Masse des Elektrons mit

$$m = \frac{e}{\left(\frac{e}{m}\right)} \quad \text{und} \quad \Delta m = \sqrt{\left(\frac{1}{\left(\frac{e}{m}\right)} \Delta e\right)^2 + \left(\frac{e}{\left(\frac{e}{m}\right)^2} \Delta\left(\frac{e}{m}\right)\right)^2}$$

$$m = 4,544 \cdot 10^{-30} \text{ kg}, \quad \Delta m = 3,826 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

Dieser Wert weicht sehr stark von dem Literaturwert der Masse $m_e \approx 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ab und mit dem immens großen Fehler ist dies vermutlich einer der schlechtesten Messwerte in der Geschichte der Experimentalphysik.

Innerhalb der Fehlergrenzen liegt unser Wert zwar nahe beim Literaturwert, allerdings ist das Fehlerintervall viel zu groß.

Der Fehler entsteht zum größten Teil wohl durch den Wert der spezifischen Masse $\frac{e}{m}$. Rechnet

man hier mit dem Literaturwert, und mit unserem Wert für e , so erhält man: $m = 8,691 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. ok

Dieser Wert ist sehr gut und nahe am Literaturwert und damit kann man die Ursache größtenteils auf den ersten Teil des Experiments schieben.

Alles in allem war dies kein gelungenes Experiment.

Wir hatten beim zweiten Versuchsteil sehr große Probleme überhaupt ein Öltröpfchen mit dem E-Feld regulieren zu können. Wenn dies mal geklappt hat, so sind die Öltröpfchen oft schnell aus dem Bild verschwunden, was 5 Messungen unmöglich gemacht hat. Uns erstaunlicher ist es, dass der Wert aus dem ersten Versuchsteil deutlich schlechter geworden ist, da wir hier fast keine Probleme hatten. Vielleicht war hier der Spiegel als Ableschülfe nicht richtig eingestellt oder das Lineal nicht gerade justiert. Möglicherweise stimmt aber auch etwas mit dem Weltweit Zylinder nicht, da wir den Strahl kaum fokussieren konnten, was das Ablesen erschwert hat.

Hätten wir beim zweiten Versuchsteil mehr Messungen für jedes Öltröpfchen durchführen können, so hätten wir bestimmt einen noch besseren Wert für die Elementarladung erhalten.

Auf der nächsten Seite noch einmal alle unsere Messwerte zusammengefasst.

schön

