

## Hinweis

Das vorliegende Protokoll wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde dieses Protokoll von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allen handschriftlichen Anmerkungen handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:

<https://www.physics-and-stuff.com/>

**Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit des vorliegenden Protokolls! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.**

Dieses Werk von [Marvin Zanke](#) ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung – Nicht-kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz](#).

PRAKTIKUM ATOME, MOLEKÜLE, FESTKÖRPER

**P402**

## Quantelung von Energie

Florian Graf Strachwitz

&

Marvin Zanke

---

durchgeführt am

*Physikalischen Institut der Universität Bonn*

am

14.12.2016 & 15.12.2016

---

Eingereicht am:

20.01.2016

bei

Kilian Kluge

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>4</b>
2.1	Photoeffekt . . . . .	4
2.2	Photozelle . . . . .	4
2.3	Aufbau der Atomhülle . . . . .	5
2.4	Spektroskopie . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Messung und Auswertung</b>	<b>7</b>
3.1	Teil I - Bestimmung des Plankschen Wirkungsquantums . . . . .	7
3.2	Teil II - Balmer-Serie . . . . .	11
3.2.1	Vermessung der Gitterkonstanten . . . . .	12
3.2.2	Untersuchung der Balmer-Linien mit dem Okular . . . . .	14
3.2.3	Untersuchung der Balmer-Linien mit der CCD-Kamera . . . . .	14
3.2.4	Weitergehende Überlegungen . . . . .	17
<b>4</b>	<b>Fazit</b>	<b>20</b>

Einleitung

Theorie

Messung und Auswertung

Fazit

---

## 1 Einleitung

In diesem Versuch beschäftigen wir uns mit den Energieniveaus in Atomen und deren Analyse mit spektroskopischen Methoden, sowie der damit verbundenen Quantelung von Energie. Genauer wollen wir in einem ersten Teil das Plank'sche Wirkungsquantum bestimmen und die Austrittsarbeit für Elektronen in unserem Material abschätzen. In einem zweiten Teil vermessen wir das Wasserstoffspektrum unter Berücksichtigung der Isotopieaufspaltung und ermitteln mit der Balmer-Serie erneut das Plank'sche Wirkungsquantum. ✓

↑  
vielleicht bew: "aus den Wellenlängen der..."

## 2 Theorie <sup>1</sup>

### 2.1 Photoeffekt

Beim **Photoeffekt** unterscheidet man in den **äußeren und inneren Photoeffekt**. Während der äußere Photoeffekt beschreibt, wie ein Elektron aus der Oberfläche eines Metalls durch Absorption eines Photons herausgelöst wird, beschreibt der innere Photoeffekt wie in einem Halbleiter durch Bestrahlung mit Licht und der dadurch resultierenden Erzeugung von Elektron-Loch-Paaren die Leitfähigkeit erhöht werden kann.

Um aus dem Material gelöst zu werden, muss die sogenannte **Austrittsarbeit** aufgebracht werden, sodass für das Elektron noch eine Energie von

$$E_{\text{kin}} = h \cdot \nu - W_A$$

(bzw. fehlt ein Verd.)

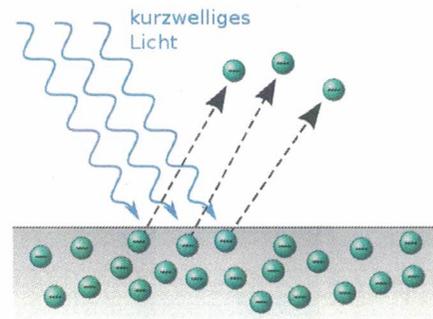


Abbildung 1: Äußerer Photoeffekt, entnommen aus [2]

### 2.2 Photozelle

Der aus **zwei Elektroden (Kathode und Anode)** bestehende evakuierte Glaskolben nutzt den Photoeffekt an der Photokathode aus. Die durch den eben beschriebenen äußeren Photoeffekt aus dem Metall (Kathode) herausgelösten Elektronen haben nach Abzug der **Austrittsarbeit (s.o.)** noch eine gewisse kinetische Energie. Genügt diese aus, um gegen die angelegte Spannung (negatives und damit für die Elektronen abstoßendes Potential an der Anode angelegt) anzukommen, so gelangen diese auf einen Draht ring (Anode) und werden dort registriert. Auf diese Weise kann man die Intensität von Licht messen, wobei man sich hier auf bestimmte Wellenlängen begrenzt, denn:

- zum einen kann man zwischen verschiedenen Wellenlängen nur begrenzt unterscheiden - ab einer gewissen Energie der Elektronen erreichen auch alle höherenergetischen Elektronen die Anode
- zum anderen müssen die Elektronen natürlich genug verbleibende Energie haben, um die Anode zu erreichen und die Energie der Photonen muss erst einmal groß genug sein, um die Austrittsarbeit zu überwinden

<sup>1</sup>Unser Theorieteil basiert zu einem großen Teil auf dem uns ausgehändigten Praktikumsskript [1], bedient sich aber auch an anderer Literatur (s. Literaturverzeichnis)

genauer!

## 2.3 AUFBAU DER ATOMHÜLLE

Metalle / Festkörper

und vor allem aus drei verschiedenen Metallen bestehen

Die **Kontaktspannung** entsteht, da Kathode und Anode elektrisch verbunden sind. Dadurch gleichen sich die Fermienergieniveaus der beiden Stoffe insofern an, als dass der energetisch günstigere Zustand angenommen wird. Das heißt, das Fermienergielevel mit der "höheren Energie" wird abgebaut und auf das energetisch günstigere Niveau abgebaut, welches danach stärker als vorher besetzt ist. Dadurch entsteht eine Spannung zwischen den beiden Elektroden.

das ist sehr ungenau und ungenau

### TBC: PHOTOSTROMVERLAUF?

man wie nicht diskutiert werden, macht ihr ja später

## 2.3 Aufbau der Atomhülle

Das **Bohrsche Atommodell** versucht ein halbklassisches Bild vom Aufbau der Atome zu geben und kann die Spektren für das Wasserstoffatom (einigermaßen) gut beschreiben. Es basiert darauf, dass die Elektronen strahlungsfrei auf Kreisbahnen um den positiven Atomkern kreisen und einen mit  $h$  gequantelten Drehimpuls besitzen. Sie können nur zwischen diesen diskreten Bahnen springen und absorbieren oder emittieren dabei Energie. Die **Balmer-Serie** beschreibt die Spektrallinien die beim Übergang von  $n_2 \geq 3$  auf  $n_1 = 2$  entstehen.

id würde sogar sagen: sehr gut

Die Rydbergformel für die Energiedifferenz (Wellenlängendifferenz) zwischen zwei beliebigen Energieniveaus mit Hauptquantenzahlen  $n_1$  und  $n_2$  lautet:

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

Bei der **quantenmechanischen Beschreibung** kommen hier gewisse **Auswahlregeln** vor, sodass gewisse Übergänge verboten (das heißt hier nur unwahrscheinlich, da wir in guter Näherung bloß Dipolstrahlung betrachten können) sind und andere erlaubt. Die bekanntesten und wichtigsten Regeln sind hier  $\Delta l = \pm 1$  und  $\Delta m = 0, \pm 1$ . Für verschiedene Isotope eines Stoffes erhält man ein leicht verschobenes Spektrum. Die Verschiebung der Spektrallinien entsteht durch die zusätzlichen Neutronen, welche zum einen die reduzierte Masse des Gesamtsystems verändern und zum anderen für einen anderen Spin des Atoms sorgen. Eine Aufspaltung in weitere Linien ist ~~hier nicht direkt~~ zu beobachten. Hat man nun allerdings mehrere Isotope in einer Art Gemisch, so beobachtet man verschiedene verschobene Spektren, was im Endeffekt einer Aufspaltung entspricht. Diesen Effekt nennt man **Isotopieaufspaltung**.

Begrifflicher trennen

\*\* in obem Versatz (sonst mehrdeutig)

## 2.4 Spektroskopie

Die **natürliche Linienbreite** ist eine Energieunschärfe, die durch die Heisenbergsche Unschärferelation  $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$  gegeben ist. Kein Spektrallinie kann jemals schärfer emittiert werden, das heißt es herrscht immer eine bestimmte Ungewissheit/Schwankung in der Frequenz. Des Weiteren kommt die **Dopplerverschiebung** zum Tragen, welche durch die Bewegung der Atome zustande kommt. Durch die Temperatur in dem emittierenden Stoff sind die Atome nach der Boltzmann-Statistik verteilt und emittieren Licht so mit einer bestimmten Unschärfe. Die Verteilung entspricht also einer Gaußfunktion. Ein letzter Effekt ist die Verschiebung durch **Kollisionen**. Diese ist Cauchy-verteilt, was man durch eine Fourier-

\* in Dipolnähe nicht möglich ("verlusten")

Transformation zeigen kann. Von all diesen Effekten dominiert in unserem Temperaturbereich die Dopplerverschiebung. Ein **Gitter** ist eine periodische Struktur zur Beugung von **kohärentem** Licht. Ein Gitter ist durch seine **Gitterkonstante** bestimmt, welche die Periodizität widerspiegelt. Auf diese Weise spaltet Licht in seine einzelnen Frequenzen auf, welche in verschiedene Richtungen/Winkel gebeugt werden und man kann monochromatisches Licht extrahieren und Spektren analysieren.

Wir verwenden das Gitter dabei in Reflexion und es gilt die Formel:

$$n \cdot \lambda = g \cdot \sin \phi_n$$

Wie besprochen kann das in der Auswertung vorausgesetzt werden, das was schon im Optikkapitel ausführlich Thema.

## 3 Messung und Auswertung

### 3.1 Teil I - Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums

Im ersten Versuchsteil soll das Plancksche Wirkungsquantum ~~vermessen~~ <sup>bestimmt</sup> werden. Dazu benutzen wir einen Aufbau, wie er in Abbildung 2 zu sehen ist. Dabei wird die Photozelle mit dem fokussierten Licht der HG-Lampe bestrahlt. Die Größe des Lichtflecks sollte dabei ca. 5 mm -10 mm betragen. Vor der Zelle ist noch ein Interferenzfilterrad aufgebaut, wodurch die durchgelassene Wellenlänge bestimmt werden kann. Die Gegenspannung in der Photozelle wird dann erhöht, bis der Strom in der Photozelle gleich null wird. Dabei werden verschiedene Werte <sup>\*</sup> genommen, wodurch die Kennlinie der Photozelle bei einer Wellenlänge aufgenommen wird. Dadurch lässt sich später die Austrittsarbeit der ~~Kathode~~ <sup>Anode</sup> und das Plancksche Wirkungsquantum bestimmen.

+ von was?

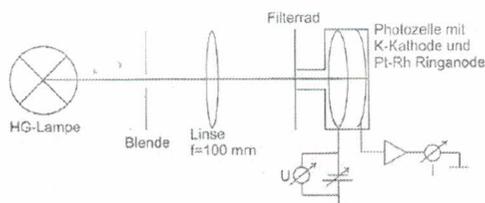
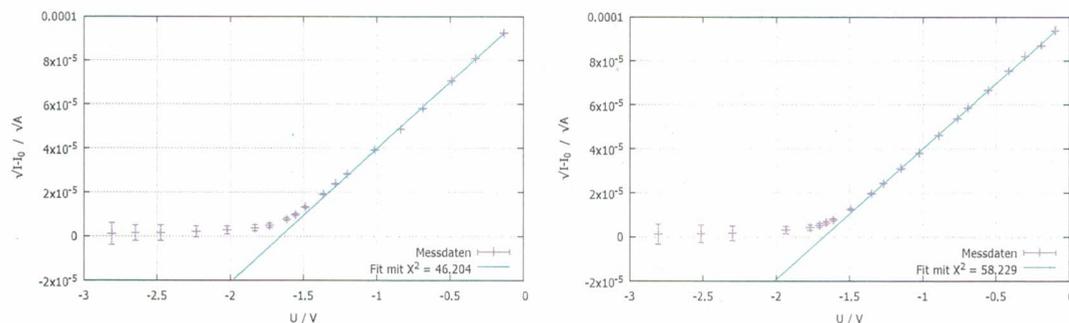
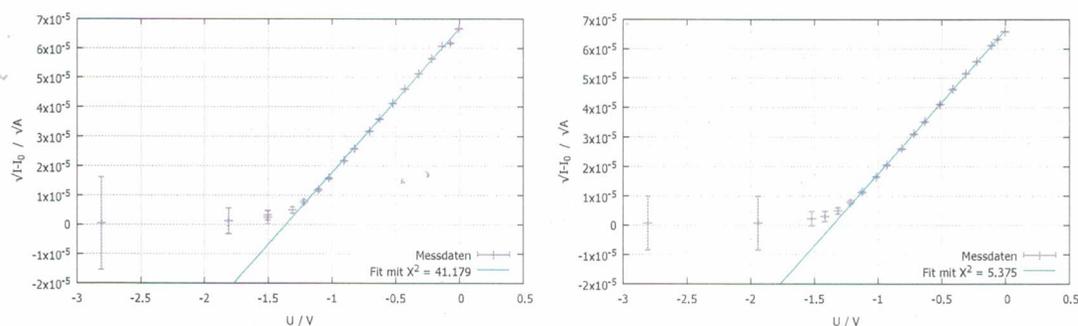


Abbildung 2: Der Aufbau des ersten Versuchsteils

Doch zuerst werden die Geräte justiert ~~wie in der Versuchsbeschreibung angegeben~~ <sup>am Verstärker</sup>. Der Spannungsoffset wurde mithilfe des Kurzschlussknopfs auf  $-1\text{ mV}$  reduziert, was kleiner ist als der angenommene Fehler der abgelesenen Werte und deshalb ignoriert wird. Danach stellen wir den Interferenzfilter mit der energiereichsten Wellenlänge von  $365\text{ nm}$  ein. Dabei bemerken wir, dass der Photostrom etwa bei  $1,618\text{ V}$  verschwindet. Der verbleibende Photostrom ist hier etwa  $2\text{ mV}$ . Dadurch bauen wir unseren Spannungsteiler aus den Widerständen  $R_1 = 100\ \Omega$  und  $R_2 = 330\ \Omega$  auf, da durch diese gegebenen Widerstände der beste Bereich abgedeckt werden kann und der Spannungsbereich bis maximal  $U = 3\text{ V}$  ausgereizt wird. Diesen Aufbau des Spannungsteilers behalten wir für den gesamten Versuch bei. Danach ist der Aufbau zur Messung bereit. ✓

Wir vermessen bei verschiedenen Wellenlängen die Kennlinie der Photozelle, wobei jede Messung zweimal durchgeführt wird, da die Helligkeit der Lampe schwankt. Außerdem wird bei einer Wellenlänge von  $\lambda = 365\text{ nm}$  noch eine weitere Messung mit erhöhter Intensität durchgeführt. Bei jeder Messung wurde zuerst die Gegenspannung auf den höchstmöglichen Wert gestellt um so die Größe des Anodenstroms  $I_0$  herauszufinden. Für die nachfolgenden Graphen wurden für die Werte auf der y-Achse die Werte  $\sqrt{I - I_0}$ , wobei  $I$  den Strom in der Photozelle bezeichnet, berechnet und gegen die Gegenspannung  $U$  aufgetragen. Der Fehler der y-Werte ergab sich wie folgt:

$$\Delta\sqrt{I - I_0} = \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{2\sqrt{I - I_0}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_0}{2\sqrt{I - I_0}}\right)^2}$$

Abbildung 3: Die Kennlinien für  $\lambda = 365$  nmAbbildung 4: Die Kennlinien für  $\lambda = 405$  nm

Die Wertetabellen dieser Messungen würden hier den Rahmen sprengen, weshalb darauf verzichtet wird und stattdessen die graphische Darstellung genügen soll. Diese sind in den folgenden Abbildungen 3 bis 8 zu sehen.

Im Bereich des Anstiegs kann man eine Gerade an die Datenpunkte anpassen. Aus dem Schnittpunkt dieser Geraden mit der x-Achse kann dann  $U_0$  berechnet werden nach  $U_0 = -\frac{b}{m}$  wobei  $y = mx + b = 0$  gesetzt wurde. Die Anpassung der Geraden geschah mit *Gnuplot* welches uns auch die Parameter der verschiedenen Geraden gegeben hat. Diese wurden für jede Wellenlänge über die beiden Messungen gemittelt. Daraufhin wurden damit die Werte für  $U_0$  berechnet. Die Werte der einzelnen Filter kann man in Tabelle 1 sehen. Dabei ergeben sich die Fehler aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung. Für  $U_0$  explizit:

$$U_0 = -\frac{b}{m}$$

$$\Delta U_0 = \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{m}\right)^2 + \left(\frac{b \cdot \Delta m}{m^2}\right)^2}$$

Man kann sehen dass der Wert für  $U_0$  bei der Messung mit erhöhter Intensität sich nur geringfügig (im Bereich der Fehlergrenzen) vom Wert der gleichen Wellenlänge aber geringerer Intensität unterscheidet. Insofern sieht man, dass die Energie des Lichtes von der Intensität unabhängig ist. Es werden nur mehr Photonen ausgesandt und dadurch mehr Elektronen ausgelöst, aber die Energie dieser bleibt die Gleiche.

### 3.1 TEIL I - BESTIMMUNG DES PLANKSCHEN WIRKUNGSQUANTUMS

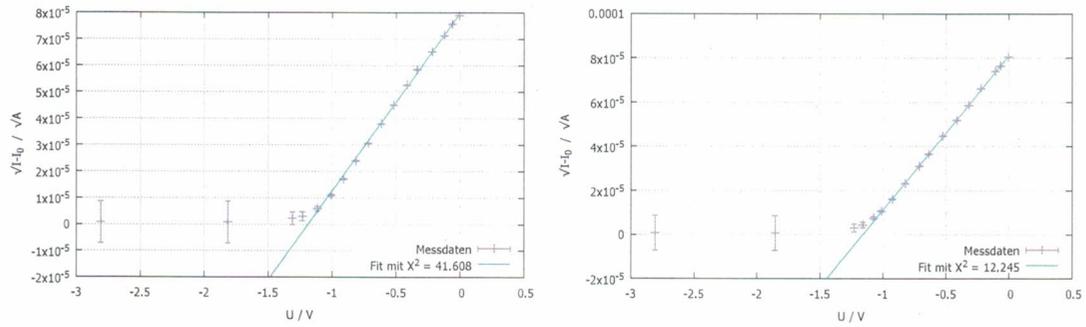


Abbildung 5: Die Kennlinien für  $\lambda = 436$  nm

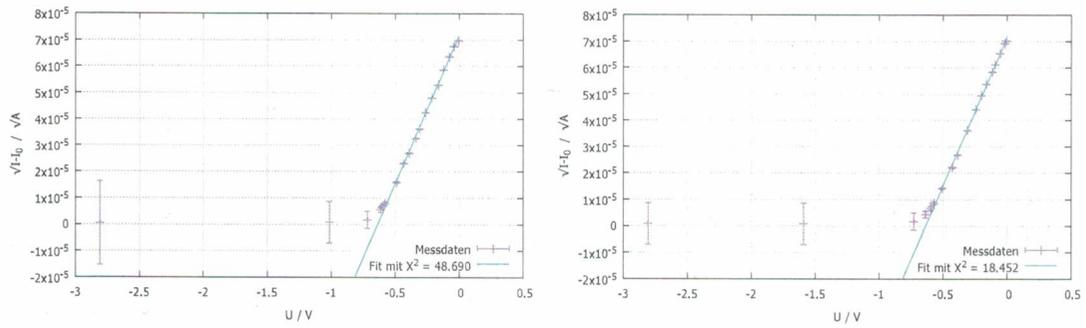


Abbildung 6: Die Kennlinien für  $\lambda = 546$  nm

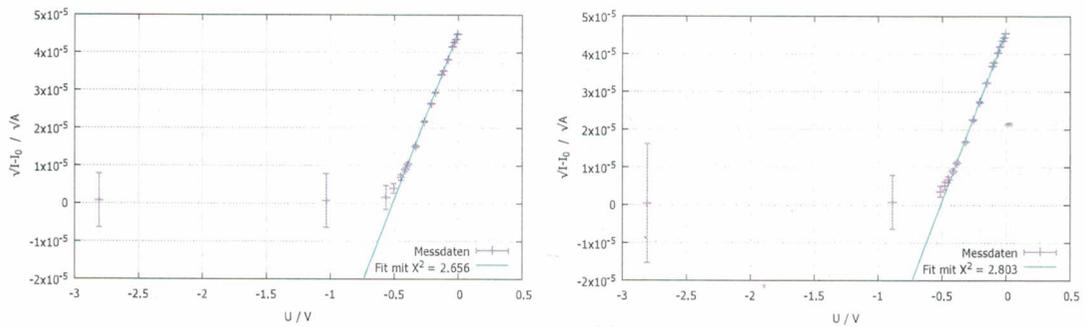
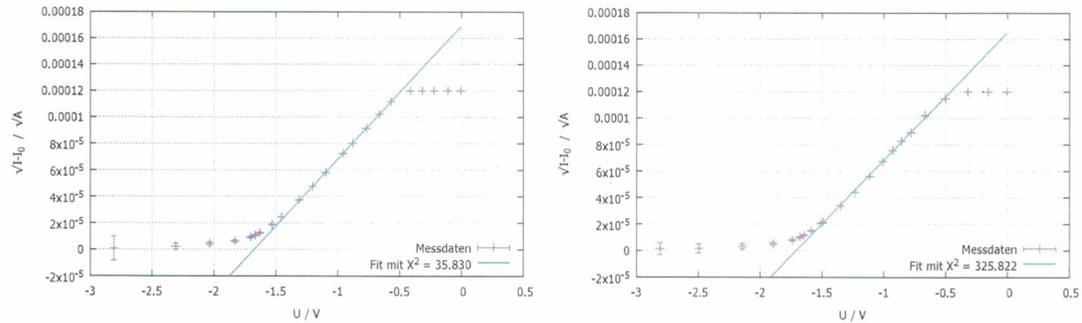


Abbildung 7: Die Kennlinien für  $\lambda = 578$  nm

Abbildung 8: Die Kennlinien für  $\lambda = 365$  nm unter hoher Intensität

$\lambda$ / nm	$\nu$ / Hz	$\bar{m} / \frac{\sqrt{A}}{V}$	$\Delta\bar{m} / \frac{\sqrt{A}}{V}$	$\bar{b} / \sqrt{A}$	$\Delta\bar{b} / \sqrt{A}$	$U_0$ / V	$\Delta U_0$ / V
365	$5.19 \cdot 10^{14}$	$6.00 \cdot 10^{-5}$	$0.04 \cdot 10^{-5}$	$9.95 \cdot 10^{-5}$	$0.02 \cdot 10^{-5}$	-1.66	0.01
405	$5.49 \cdot 10^{14}$	$4.89 \cdot 10^{-5}$	$0.04 \cdot 10^{-5}$	$6.61 \cdot 10^{-5}$	$0.02 \cdot 10^{-5}$	-1.35	0.01
436	$6.88 \cdot 10^{14}$	$6.84 \cdot 10^{-5}$	$0.05 \cdot 10^{-5}$	$7.98 \cdot 10^{-5}$	$0.02 \cdot 10^{-5}$	-1.17	0.01
546	$7.40 \cdot 10^{14}$	$11.20 \cdot 10^{-5}$	$0.10 \cdot 10^{-5}$	$7.07 \cdot 10^{-5}$	$0.02 \cdot 10^{-5}$	-0.63	0.01
578	$8.21 \cdot 10^{14}$	$8.90 \cdot 10^{-5}$	$0.06 \cdot 10^{-5}$	$4.51 \cdot 10^{-5}$	$0.01 \cdot 10^{-5}$	-0.51	0.01
$365_{INT}$	$5.19 \cdot 10^{14}$	$9.87 \cdot 10^{-5}$	$0.09 \cdot 10^{-5}$	$16.62 \cdot 10^{-5}$	$0.07 \cdot 10^{-5}$	-1.68	0.02

Tabelle 1: Werte für die verschiedenen Interferenzfilter

Wir haben gesehen dass  $h \cdot \nu = e \cdot U + W_A \Rightarrow U = \frac{h}{e} \cdot \nu - \frac{W_A}{e}$  wobei hier das Kontaktpotential vernachlässigt wurde. Deshalb können wir nun die Frequenz gegen die Grenzspannungen auftragen und eine Gerade an unsere Werte anpassen. Aus der Steigung können wir dann das Plancksche Wirkungsquantum und aus dem Achsenabschnitt die Austrittsarbeit der Kathode ablesen. Den Graphen dazu kann man in Abbildung 9 sehen.

Die Anpassung ist erneut mit *Gnuplot* geschehen, welches uns folgende Werte für die Anpassungsgerade  $y = m \cdot x + b$  gegeben hat:

$$m = (3.80 \pm 0.03) \cdot 10^{15} \frac{V}{Hz}$$

$$b = (-1.46 \pm 0.02) eV$$

Aus der Steigung  $m$  können wir nun, indem wir sie mit die Elementarladung  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} C$  [Quelle: Wikipedia] multiplizieren,  $h$  berechnen. Der Fehler ergibt sich aus dem Fehler der Steigung und der Gaußschen Fehlerfortpflanzung. Daraus ergibt sich folgender Wert für  $h$ :

$$\underline{\underline{h = (6.09 \pm 0.05) \cdot 10^{-34} J \cdot s}}$$

Der Literaturwert für  $h$  ist  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$  [Quelle: Wikipedia]. Daraus ergibt sich eine Abweichung von 8.12%. Leider liegt der Literaturwert nicht mehr in unserem Fehlerbereich aber mit einer Abweichung von 8% ist der Wert nicht allzu weit entfernt. Die Austrittsarbeit lässt sich am Graphen direkt in Einheiten von eV ablesen, also:

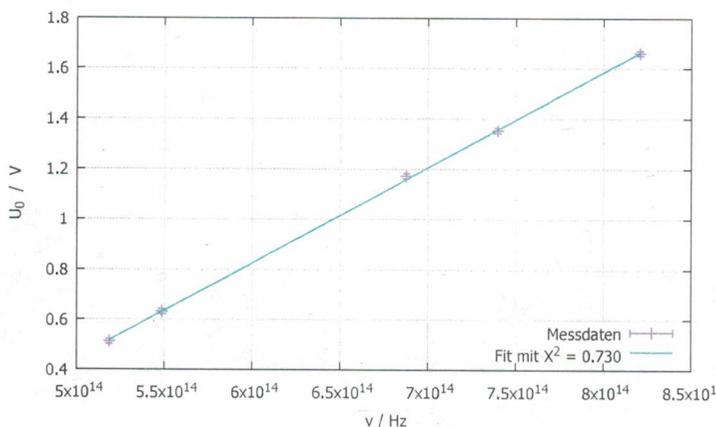


Abbildung 9: Die Frequenz gegen die Grenzspannung

$$\underline{W_A = (1.46 \pm 0.02) \text{ eV}}$$

Der Literaturwert ergibt sich für Kalium zu 2.30 eV [Quelle: Wikipedia]. Der Wert liegt leider nicht annähernd in unseren Fehlergrenzen und es ergibt sich eine Abweichung von 36%, was eine deutlich zu große Abweichung darstellt. Unser Wert ist somit unbrauchbar. Leider ist uns nicht ganz klar, woher diese große Abweichung kommt. Da während des Versuchs keine großen Schwierigkeiten auftraten ist uns die Abweichung in beiden Werten nicht erklärbar. Möglicherweise ist der Versuchsaufbau für die Bestimmung dieser Werte nicht präzise genug.

*siehe Skript: Ihr Wert  $W_A$ , Anode! Das sollte er auch in etwa passen.*

### 3.2 Teil II - Balmer-Serie

Im zweiten Versuchsteil soll <sup>er</sup>nun mithilfe der Vermessung der Beugung von Licht an einem Kristall, die Balmerlinien und deren Aufspaltung <sup>im Licht</sup> von einer Wasserstoff-Deuterium-Lampe vermessen werden. Daraus soll dann die Rydberg-Energie und wieder das Plancksche Wirkungsquantum bestimmt werden und mit dem Wert aus dem ersten Versuchsteil verglichen werden. Den Versuchsaufbau kann man in Abbildung 10 sehen. Dabei ist im linken Bild der erste Teil zu sehen, in dem man das Linienspektrum mit dem Auge vermisst. Im rechten Teil des Bildes kann man den zweiten Teil sehen, bei dem man mithilfe einer CCD-Kamera das Spektrum vermisst und mit dem aus dem ersten Teil vergleicht.

In diesem Versuch wird das Licht zuerst durch eine Linse auf einen Spalt abgebildet und dann durch ein Objektiv auf <sup>den Spalt</sup> den Kristall. Dort beugt sich das Licht und wird dann mithilfe einer weiteren Linse auf das Beobachtungsobjektiv bzw. die CCD-Kamera abgebildet. Die ein- und ausfallenden Winkel können nach einem Schema bestimmt werden wie in Abbildung 11 zu sehen ist. Wir vermessen unsere Winkel so zu:

$$\alpha = \omega_G \text{ und } \beta = \omega_B + \omega_G - 180^\circ$$

*✓ sehr gut!*

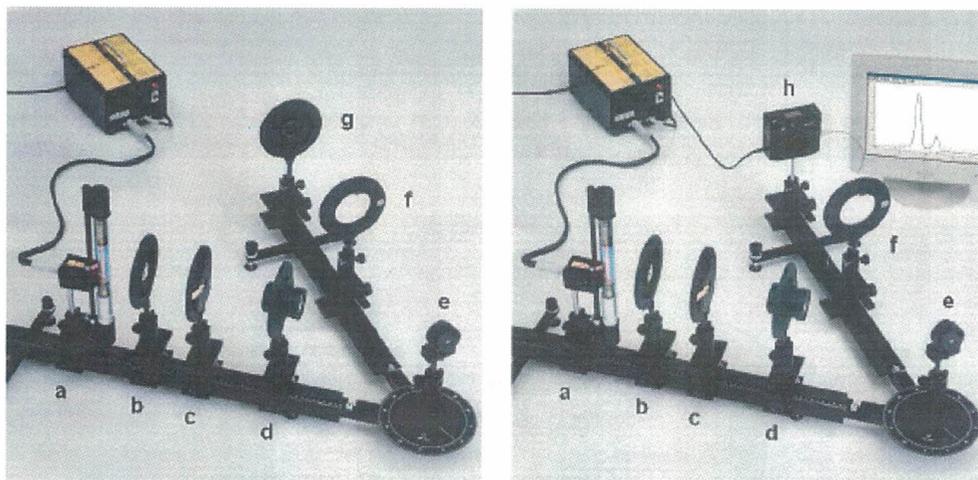


Abbildung 10: Der Aufbau des zweiten Versuchsteils

$\lambda / \text{nm}$	$\omega_G = \alpha / ^\circ$	$\omega_B / ^\circ$	$\Delta\omega_G = \Delta\omega_B / ^\circ$	$\beta / ^\circ$	$\Delta\beta / ^\circ$	$g / \text{nm}$	$\Delta g / \text{nm}$	$x = \sin(\alpha) + \sin(\beta)$	$\Delta x$
404,656	45,00	135,00	0,50	0,00	0,71	572,27	7,90	0,707	0,011
434,749	47,00	135,00	0,50	2,00	0,71	567,37	7,77	0,766	0,011
435,833	47,50	135,00	0,50	2,50	0,71	558,12	7,63	0,781	0,011
491,607	52,00	135,00	0,50	7,00	0,71	540,30	7,23	0,910	0,010
546,074	57,50	135,00	0,50	12,50	0,71	515,25	6,66	1,060	0,010
576,960	60,50	135,00	0,50	15,50	0,71	507,18	6,41	1,138	0,009
579,066	61,00	135,00	0,50	16,00	0,71	503,42	6,34	1,150	0,009
690,752	69,00	135,00	0,50	24,00	0,71	515,36	6,03	1,340	0,009

Tabelle 2: Die Werte der verschiedenen Wellenlängen

### 3.2.1 Vermessung der Gitterkonstanten

Um unsere Messung durchführen zu können, müssen wir zuerst die Gitterkonstante unseres Gitters bestimmen. Dies tun wir durch die Beobachtung eines bereits bekannten Eichspektrums. Dafür nehmen wir in unserem Fall eine Hg-Lampe. Diese wird in den Versuch eingesetzt und dieser wird wie in dem Versuchsheft beschrieben justiert. Nun vermessen wir die Winkel der einzelnen Linien die das Hg-Spektrum hergibt. (Leider) konnten wir nur 8 der angegebenen 13 Linien beobachten. Die Tabelle mit den Werten der verschiedenen Wellenlängen ist in Tabelle 2 zu sehen.

Dabei berechnet sich  $g$  aus folgender Gleichung, wobei  $k = 1$  gesetzt wurde:

$$g = \frac{k\lambda}{\sin(\alpha) + \sin(\beta)}$$

Die restlichen Fehler ergeben sich aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.

Um die genaueste Gitterkonstante zu bekommen, können wir nun  $\sin(\alpha) + \sin(\beta)$  gegen  $\lambda$  auftragen wie in Abbildung 12 zu sehen. Da *Gnuplot* nur Fehler in der y-Achse mit in Betracht ziehen kann, tragen wir  $\sin(\alpha) + \sin(\beta)$  auf die y-Achse auf. Dadurch bekommen

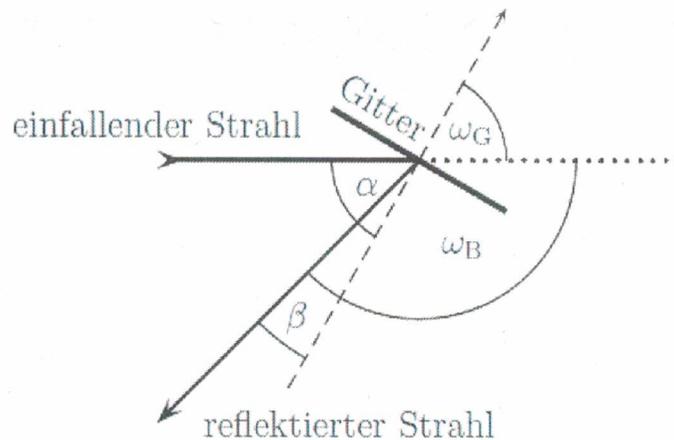


Abbildung 11: Die Winkel am Gitter

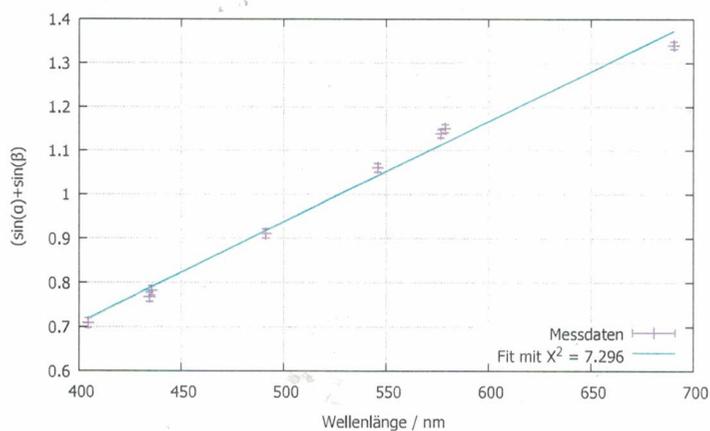


Abbildung 12: Graph zur Bestimmung der Gitterkonstanten

wir eine Steigung der Geraden von  $m = \frac{1}{g}$ . Der Fehler ergibt sich dann außerdem zu:  $\Delta g = \frac{\Delta m}{m^2}$ . Die Anpassung einer Geraden der Form  $y = m \cdot x + b$  gab uns folgende Parameter:

$$m = (0.0023 \pm 0.0001) \frac{1}{\text{nm}}$$

$$b = (-0.21 \pm 0.05)$$

Daraus ergibt sich eine Gitterkonstante von:

$$g = (436.07 \pm 19.19) \text{ nm}$$

*auf n-propylbank  
Stelle wieder!*

Wir haben leider kein Literaturwert für die Gitterkonstante, doch von der Größenordnung klingt sie plausibel. Außerdem sollte unsere Gerade idealerweise durch den Nullpunkt gehen.

Linie	Farbe	$d_0 / \text{nm}$	$\Delta d_0 / \text{nm}$	$\alpha / ^\circ$	$\Delta \alpha / ^\circ$	$\beta / ^\circ$	$\Delta \beta / ^\circ$	$\lambda / \text{nm}$	$\Delta \lambda / \text{nm}$	$\lambda / \text{nm}$	$\Delta \lambda / \text{nm}$	$d / \text{nm}$	$\Delta d / \text{nm}$	$d\beta / \text{rad}$	$\Delta d\beta / \text{rad}$	$d\lambda / \text{nm}$	$\Delta d\lambda / \text{nm}$
Alpha	rot	150	0,5	70,5	0,5	40,5	0,71	436,07	19,19	694,26	30,85	0,20	0,05	0,00067	0,00017	0,22	0,06
Beta	türkis	150	0,5	53,0	0,5	23,0	0,71	436,07	19,19	518,65	23,47	0,25	0,05	0,00083	0,00017	0,33	0,07
Gamma	blau	150	0,5	47,5	0,5	17,5	0,71	436,07	19,19	452,63	20,73	2,00	0,05	0,00667	0,00017	2,77	0,14

Tabelle 3: Die Werte der Balmerlinien

Da wir bei unserem y-Achsenabschnitt auch nur eine sehr geringe Abweichung haben, können wir den Wert unserer Gitterkonstante als hinreichend annehmen und werden diesen im weiteren Verlauf des Versuchs benutzen.

### 3.2.2 Untersuchung der Balmer-Linien mit dem Okular

Nun wird die Hg-Lampe gegen eine Wasserstoff-Deuterium-Lampe ausgetauscht. Die Justierung wird wie im Teil davor durchgeführt. Es wurden viele Linien gesehen, einige die nicht von den Wasserstoffisotopen herrühren, sondern wahrscheinlich durch andere Fremdelemente in der Lampe. Dennoch waren die Balmerlinien am besten zu erkennen und wir konnten so 3 Linien vermessen: Die Alpha-, Beta- und Gamma-Linie. Die Werte dieser Linien kann man in der Tabelle 3 sehen. Die Gitterkonstante wurde aus der vorherigen Aufgabe genommen,  $d$  (Breite zwischen beiden Linien) wurde abgelesen und die restlichen Werte kommen wie folgt zustande:

$$\lambda = g \cdot (\sin(\alpha) + \cos(\beta))$$

$$d\beta = \frac{d}{f} \quad , \quad f = \text{Brennweite der Linse}$$

$$d\lambda = d\beta \cdot g \cdot \cos(\beta)$$

Die Fehler ergeben sich einfach aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.

### 3.2.3 Untersuchung der Balmer-Linien mit der CCD-Kamera

In diesem Versuchsteil kommt nun die Kamera zum Einsatz. Leider konnte unsere Kamera nur ~~zwei~~ der drei mit dem Auge beobachteten Linien messen. So konnten wir nur die Alpha- und die Gamma-Linie mit der Kamera aufnehmen. In den folgenden Abbildungen 13 und 14 kann man diese Kameraaufnahmen beobachten. Bei der Alpha-Linie ist die Aufspaltung nur sehr schwer zu erkennen, während diese bei der Gamma-Linie viel deutlicher ausfällt. Wir haben nun an diese Peaks Gauß-Kurven der Form

$$g(x) = b + \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

mit den freien Parametern  $\mu$ ,  $\sigma$ ,  $A$  und  $b$  angepasst. Leider war es uns nicht möglich, die zweite Spitze der Alpha-Linie mit *Gnuplot* zu fitten, weshalb wir uns in diesem Falle *Mathematica* bedient haben. Nichtsdestotrotz sind alle Anpassungen in den nachfolgenden Abbildungen zu sehen.

*hier wäre es sinnvoll, nur den interessantesten Auschnitt zu zeigen. Ich kann nicht schauen, ob der Fit gut oder schlecht passt.*

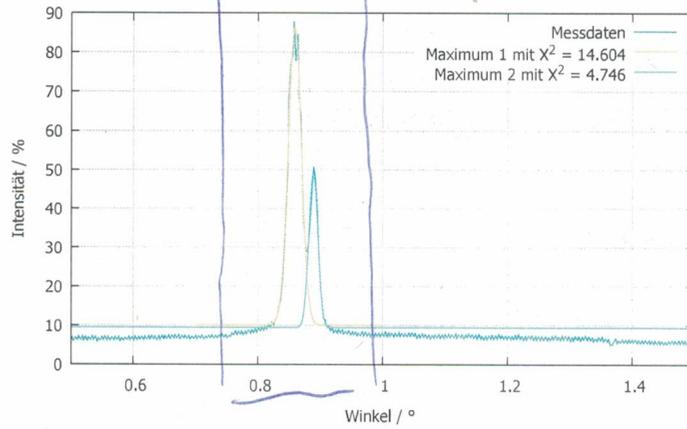


Abbildung 13: Die H<sub>α</sub>-Linien

*sehr schön zu erkennen  
→ größere Plot, dicke Linien wären gut!*

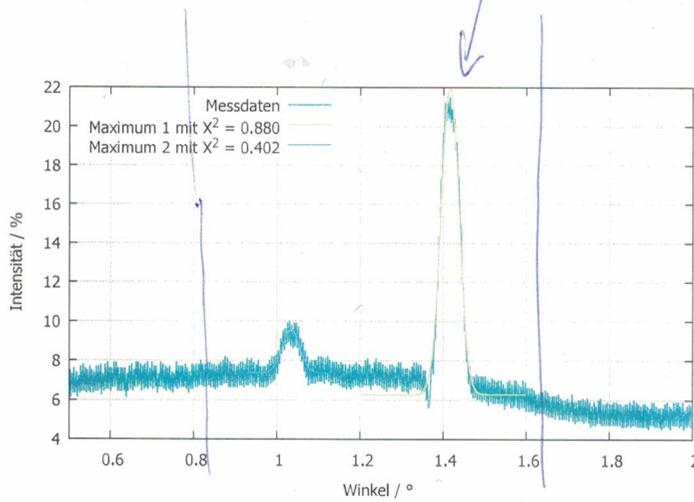


Abbildung 14: Die H<sub>γ</sub>-Linie

	$w/\%$	$\Delta w/\%$	$z$	$\Delta z$	$a$	$\Delta a$	$b$	$\Delta b$	FWHM	$\Delta FWHM$	$d\beta/\%$	$\Delta d\beta/\%$	$d\beta/\text{rad}$	$\Delta d\beta/\text{rad}$	$d\lambda/\text{nm}$	$\Delta d\lambda/\text{nm}$
alpha-1	0,859	0,001	0,011	0,001	2,00	0,09	10,10	1,60	0,026	0,002						
alpha-2	0,890	0,001	0,007	0,001	0,72	0,06	9,30	1,60	0,016	0,002	0,031	0,001	0,00054	0,00002	0,18	0,01
gamma-1	1,417	0,001	0,021	0,001	0,84	0,03	6,30	0,22	0,049	0,002						
gamma-2	1,035	0,003	0,021	0,003	0,11	0,01	7,40	0,10	0,049	0,007	0,382	0,003	0,00567	0,00006	2,77	0,12

Tabelle 4: Werte der angepassten Gauß-Kurven

	$\lambda / \text{m}$	$\Delta\lambda / \text{m}$	$x$	$Y = 1/\lambda$	$\Delta Y$
H alpha	6,94E-07	3,09E-08	0,139	1,44E+06	6,40E+04
H beta	5,19E-07	2,35E-08	0,188	1,93E+06	8,72E+04
H gamma	4,53E-07	2,07E-08	0,210	2,21E+06	1,01E+05

Tabelle 5: Werte des Rydberg-Graphen

In folgender Tabelle 4 sind die Parameter der einzelnen Kurven zu sehen. Die meisten Werte wurde von *Gnuplot* bzw. *Mathematica* errechnet, die restlichen Werte ergeben sich wie folgt:

$$FWHM = 2\sqrt{2\ln 2} \cdot \sigma$$

$$d\beta = |\mu_1 - \mu_2|$$

$$d\lambda = d\beta \cdot g \cdot \cos(\beta)$$

Die Fehler ergeben sich erneut aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.

Nun können wir anhand dieser Werte die Rydberg-Energie und das Plancksche Wirkungsquantum berechnen. Nach Definition gilt:

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = E_{Ryd} \cdot \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad n_2 \in \{3, 4, 5\}$$

Dies können wir nun als Geradengleichung auffassen. Dafür nehmen wir als x-Wert:  $\left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$  und als y-Wert:  $\frac{1}{\lambda}$ . Dann ist die Steigung unserer Geraden:  $m = \frac{E_{Ryd}}{hc}$ . Die Werte dafür sind in der folgenden Tabelle 5 gelistet. Die Fehler ergeben sich aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung. Daraus ergibt sich ein Graph wie er in Abbildung 15 zu sehen ist. *Gnuplot* gibt uns dafür folgende Parameter:

$$m = (1.04 \pm 0.01) \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}$$

Wenn wir nun diese Steigung in die Definition von  $E_{Ryd}$  einsetzen, bekommen wir etwas wie folgendes:

$$m = \frac{E_{Ryd}}{hc} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} \Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 c \cdot m}}$$

Wah denn  
nun  
gewollt?

Bei Eigenwerten  
auf Symptome  
Sollu nicht!

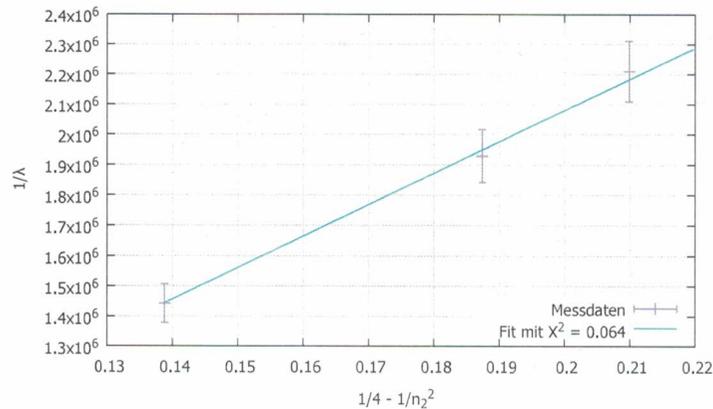


Abbildung 15: Geradenfit zur Berechnung der Rydbergkonstanten

Setzen wir nun dort unseren Wert der Steigung ein, so bekommen wir (Fehler wieder durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung):

$$\underline{h = (6.75 \pm 0.36) \cdot 10^{-34} \text{ Js}}$$

Dieser Wert entspricht einer Abweichung von 1.87% vom Literaturwert, was sehr wenig ist. Dazu liegt der Literaturwert innerhalb unserer Fehlergrenzen, weshalb dieser Wert sehr gut ist. Ebenso ist er damit deutlich besser als der Wert für  $h$ , den wir im ersten Versuchsteil bekommen haben.

Ebenso können wir nun daraus die Rydberg-Energie bestimmen:

$$E_{Ryd} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} = \underline{13.10 \pm 1.32 \text{ eV}}$$

Auch das entspricht einer Abweichung von nur 3.71%, was auch sehr niedrig ist. Ebenso liegt der Literaturwert wieder innerhalb unserer Fehlergrenzen, wenn auch der Fehlerbereich sehr groß ist. Das liegt daran, dass  $h$  mit der dreifachen Potenz in die Rydberg-Energie eingeht und sich deswegen ein Fehler deutlich stärker auswirkt. Insgesamt können wir mit diesen Werten sehr zufrieden sein.

*↳ sehr gut analysiert!*

*↓  
alles  
andere  
wäre  
bedenklich*

### 3.2.4 Weitergehende Überlegungen

**Weitere Spektrallinien** Der Ursprung der weiteren sichtbaren Linien im Spektrum die keine Balmer-Linien sind, soll diskutiert werden. Dieser Punkt wurde bereits vorher einmal angesprochen. Er kommt wahrscheinlich durch andere Stoffe die auch in der Lampe verbaut sind.

*enthalten*

**Linienverbreiterung** Wir wollen uns noch verschiedene Linienbreiten des Balmerpektrums ansehen und vergleichen. Zum einen gibt es die Dopplerverbreiterung die bedingt ist durch die Bewegung der Atome in der Lampe. Sie ist gegeben durch:

	$\lambda / \text{m}$	$\Delta\lambda / \text{m}$	$\delta\lambda_{\text{dop}} / \text{pm}$	$\Delta\delta\lambda_{\text{dop}} / \text{pm}$	$\delta\lambda_{\text{nat}} / \text{fm}$	$\Delta\delta\lambda_{\text{nat}}$	$\text{FWHM}_\lambda / \text{nm}$	$\Delta\text{FWHM}_\lambda / \text{nm}$
H alpha	694,26	30,85	15,63	0,69	6,94	0,31	8,59	0,87
H beta	518,65	23,47	11,67	0,53	5,19	0,23		
H gamma	452,63	20,73	10,19	0,47	4,53	0,21	20,57	1,34

Tabelle 6: Verschiedene Linienbreiten im Vergleich

$$\delta E_{\text{dop}} \approx 2.35 \cdot \frac{E}{c} \cdot \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$$

Nach kurzer Rechnung erhält man so für die Wellenlänge:

$$\delta\lambda_{\text{dop}} = \lambda \cdot \frac{2.35}{c} \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$$

Außerdem gibt es die natürliche Linienbreite, bedingt durch die Zerfallsdauer der Zustände und die Unschärfe dafür. Für die natürliche Linienbreite kennt man folgenden Zusammenhang:

$$\delta E_{\text{nat}} \approx 10^{-8} E$$

Dafür ergibt sich abermals für die Wellenlänge (nach kurzer Rechnung) folgender Ausdruck:

$$\delta\lambda = \lambda \cdot 10^{-8}$$

*naja, das ist ja schon viel kleiner als minimal*

Um nun diese Breiten mit den Breiten der aufgezeichneten Werte der CCD-Kamera vergleichen zu können, müssen wir die Halbwertsbreite auch in Größen der Wellenlänge umschreiben. Das geht wie folgt:

$$\text{FWHM}_\lambda = g \cdot \cos(\beta) \cdot \text{FWHM}$$

*Die Software sollte das korrekt einstellt*

Dabei haben wir nur die Breiten der größeren Wasserstofflinie und nicht die von Deuterium genommen.

Nun kann man all diese Breiten in einer Tabelle wie der in Tabelle 6 zusammenführen. Es fallen vor allem zwei Dinge auf: Zum einem ist die natürliche Linienbreite im Vergleich mit der Dopplerbreite vernachlässigbar klein. Außerdem sieht man, dass die Breite der Linien bei der Kameraaufnahme auch um einige Größenordnungen größer sind, als die zuvor berechnete Dopplerbreite. Das muss am Auflösungsvermögen und Genauigkeit der Kamera liegen oder an einem suboptimalen Aufbau, Beugung oder nicht perfekt eingestelltem Fokus. Die Gründe können hier also vielfältig sein. *woher wird das beeinflusst?*

**Auflösungsvermögen des Gitters** Als letztes soll noch das Auflösungsvermögen des Gitters abgeschätzt werden. Gegeben ist, dass das Gitter  $a = 25 \text{ mm}$  Seitenlänge hat. Unter der Annahme, dass das gesamte Gitter ausgeleuchtet wurde lässt sich die Anzahl der Ebenen abschätzen zu  $N = \frac{a}{g} \rightarrow N = 57330 \pm 2522$ . Das Auflösungsvermögen ergibt sich also zu:

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{\lambda}{N}$$

Für die Wellenlängen 400 nm und 700 nm ergeben sich dadurch:

$$\lambda_{min}^{400} = (6.98 \pm 0.23) \text{ pm} \quad \& \quad \lambda_{min}^{700} = (12.21 \pm 0.45) \text{ pm}$$

Diese Auflösungsvermögen liegen in den Größenordnungen der Dopplerverbreiterung und somit war das Gitter an sich gut geeignet um diese zu messen.

---

## 4 Fazit

Insgesamt lässt sich der Versuch als Erfolg beschreiben. Es traten während des Versuchs und auch in der Auswertung keine größeren Probleme auf. Beim ersten Versuchsteil haben wir leider nicht so gute Ergebnisse bekommen, können aber auch nicht genau beschreiben, woran das gelegen hat. Entweder unser Versuchsaufbau war suboptimal aufgebaut oder uns ist der Durchführung oder der Auswertung ein Fehler unterlaufen, der uns bis jetzt nicht aufgefallen ist.

Der zweite Versuchsteil hat deutlich besser geklappt, wenn auch gerade hier nicht immer alle Linien beobachtet werden konnten, wodurch natürlich auch die Genauigkeit ein wenig gelitten hat. Trotzdem bekommen wir hier deutlich besser Ergebnisse, als noch beim ersten Teil. Anscheinend war unser Aufbau gut justiert und die Durchführung war richtig. Interessant war auch der letzte Teil, in dem man sich die verschiedenen Linienbreiten angesehen und verglichen hat. Dieser Teil war definitiv sehr lehrreich für dieses Gebiet.

10.2.2017

Schwier

Psychophysik!

1-3



V.a. am 08.02.2017  
Mittwoch, 08.02.2017  
ist gut

## Literatur

- [1] Physikalisches Praktikum Teil IV: Atome, Moleküle, Festkörper, Versuchsbeschreibungen Uni Bonn, Stand: September 2016
  - [2] Wikipedia, Photoelektrischer Effekt, abgerufen am 13.12.2016 [https://de.wikipedia.org/wiki/Photoelektrischer\\_Effekt](https://de.wikipedia.org/wiki/Photoelektrischer_Effekt)
  - [3] Wikipedia, Photozelle, abgerufen am 13.12.2016 <https://de.wikipedia.org/wiki/Photozelle>
  - [4] Wikipedia, Bohrsches Atommodell, abgerufen am 13.12.2016 [https://de.wikipedia.org/wiki/Bohrsches\\_Atommodell](https://de.wikipedia.org/wiki/Bohrsches_Atommodell)
  - [5] Wikipedia, Balmer-Serie, abgerufen am 13.12.2016 <https://de.wikipedia.org/wiki/Balmer-Serie>
  - [6] Wikipedia, Hyperfeinstruktur, abgerufen am 13.12.2016 <https://de.wikipedia.org/wiki/Hyperfeinstruktur#Isotopen-Effekte>
  - [7] Wikipedia, Linienbreite, abgerufen am 13.12.2016 <https://de.wikipedia.org/wiki/Linienbreite>
-