

## Hinweis

Das vorliegende Protokoll wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde dieses Protokoll von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allen handschriftlichen Anmerkungen handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:

<https://www.physics-and-stuff.com/>

**Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit des vorliegenden Protokolls! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.**

Dieses Werk von [Marvin Zanke](#) ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung – Nicht-kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz](#).

07.11.2016  
Stefan Runkel  
(2.0)

# PRAKTIKUM ATOME, MOLEKÜLE, FESTKÖRPER

**P404**

## Optisches Pumpen

Marvin Zanke  
&  
Florian Graf Strachwitz

---

durchgeführt am

*Physikalisches Institut der Universität Bonn*

am

19.10.2016 & 20.10.2016

---

Eingereicht am:

31.10.2016

bei

Stefan Runkel

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Polarisiertes Licht . . . . .	3
2.2	Interferenzfilter . . . . .	3
2.3	Photodiode . . . . .	3
2.4	Atom und Alkalimetalle . . . . .	4
2.4.1	Magnetische Momente . . . . .	4
2.4.2	Energieniveaus . . . . .	4
2.4.3	(Hyper-)Feinstruktur . . . . .	4
2.4.4	Auswahlregeln . . . . .	5
2.4.5	Zeemaneffekt . . . . .	5
2.5	Optisches Pumpen . . . . .	5
2.5.1	Stimulierte Emission . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Theoretische Aufgaben</b>	<b>6</b>
3.1	Aufgabe a) . . . . .	6
3.2	Aufgabe b) . . . . .	6
3.3	Aufgabe c) . . . . .	8
3.4	Aufgabe d) . . . . .	8
3.5	Aufgabe e) . . . . .	9
3.6	Aufgabe f) . . . . .	9
3.7	Aufgabe g) . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Versuch</b>	<b>11</b>
4.1	Aufbau . . . . .	11
4.2	Durchführung . . . . .	11
4.2.1	Kompensation des Erdmagnetfelds . . . . .	12
4.2.2	Auf- und Abbauzeiten der Besetzungsinversion . . . . .	12
4.2.3	Verhältnis der $g_F$ -Faktoren . . . . .	12
4.2.4	Bestimmung $g_F$ -Faktoren . . . . .	14
4.2.5	Bestimmung Isotopenhäufigkeit $Rb_{85}$ und $Rb_{87}$ . . . . .	14
4.3	Messung und Auswertung . . . . .	15
4.3.1	Kompensation des Erdmagnetfeld . . . . .	15
4.3.2	Auf- und Abbauzeiten der Besetzungsinversion . . . . .	16
4.3.3	Verhältnis $g$ . . . . .	19
4.3.4	$g$ -Werte . . . . .	22
4.3.5	Temperatur . . . . .	26
<b>5</b>	<b>Fazit</b>	<b>30</b>

# 1 Einleitung

In diesem Versuch soll das optische Pumpen eines Rubidium-Präparats mittels einer Rb-Lampe untersucht und dessen physikalisches Prinzip verstanden werden. Insbesondere soll anhand der Zeemanaufspaltung sowohl der g-Faktor als auch der Kernspin von zwei stabilen Rb-Isotopen ( $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$ ) bestimmt werden. Außerdem wird die Stärke des Erdmagnetfelds abgeschätzt und in der Messung kompensiert, sowie das natürliche Isotopenverhältnis von Rubidium bestimmt.

## 2 Theorie <sup>1</sup>

### 2.1 Polarisiertes Licht

Die **Polarisation** einer Welle beschreibt deren Schwingung bezüglich ihrer Ausbreitungsrichtung. Es gibt lineare, links- und rechtszirkulare, sowie elliptische Polarisation. Ist keine bestimmte Polarisation ausgezeichnet, wechselt die Polarisationsrichtung also ständig, so ist die Rede von **unpolarisiertem Licht**. Natürliches Licht von einfachen Lampen ist in der Regel unpolarisiert. Will man polarisiertes Licht haben, so gibt es mehrere Möglichkeiten hierzu, in diesem Versuch beschränken wir uns allerdings auf Polaroidfolien, welche auf Dichroismus basieren, d.h. unterschiedliche Schwingungsrichtungen ("Polarisationen") werden unterschiedlich stark von dem Filter absorbiert. Im Allgemeinen transmittieren solche Filter Wellen bestimmter Polarisation.

*Ein adäquater Test ist überflüssig in einer wiss. Arbeit*

### 2.2 Interferenzfilter

Neben den oben erwähnten Polarisationsfiltern benötigt man auch Filter, welche eine **bestimmte Wellenlänge** selektieren. Abgesehen von farbigen Folien benutzt man hierfür **Interferenzfilter**, in unserem Versuch um genau zu sein ein **Fabry-Perot-Interferometer**. Dieses besteht aus zwei planparallelen Spiegeln, durch deren Abstand man die Wellenlänge des transmittierten Lichts bestimmen kann, wobei der Effekt hier auf konstruktiver bzw. destruktiver Interferenz beruht.

### 2.3 Photodiode

Zwei unterschiedlich dotierte Halbleiter werden in Verbindung gebracht und bilden einen **pn-Übergang**. Durch Diffusion ist diese Grenzschicht an freien, beweglichen Ladungsträgern verarmt und es herrscht ein elektrisches Feld. Ein Photon mit genügend großer Energie hebt aufgrund des **inneren Photoeffekts** ein Elektron aus dem Valenzband in das Leitungsband. Das so entstandene Elektron-Loch-Paar führt zu einem mit einem Amperemeter messbaren Strom.

<sup>1</sup>Unser Theorieteil basiert auf den beiden uns ausgehändigten Ausschnitten [1] und [2], greift aber auch auf andere zurück (s. Literaturverzeichnis)

*↳ Referenziert an den entsprechenden Stellen.*



## 2.4 Atom und Alkalimetalle

Zu den **Alkalimetallen** zählen: Lithium, Natrium, Kalium, Rubidium, Caesium und Francium und all diese haben bloß ein einziges **Valenzelektron**. Auch wenn Wasserstoff viele Eigenschaften eines Alkalimetalls besitzt, wird es nicht zu diesen gezählt.

*Was bedeutet das für unseren Versuch?*

### 2.4.1 Magnetische Momente

Durch die Drehmomente von Nukleonen und Elektronen sowie deren Ladung, entsteht analog zum klassischen Fall hieraus ein **magnetisches Moment**. So gilt bspw.  $\mu_F = -g_F \left(\frac{e}{2m}\right) \mathbf{F}$  mit  $g_F$  = Lande-Faktor. Der Lande-Faktor für  $\mathbf{J}$  und  $\mathbf{F}$  muss dabei aus den anderen hergeleitet werden, während diese experimentell bestimmt wurden. So gilt:

*Sinn?*

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}$$

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

*Ich würde in einer Witt. Arbeit keine Boxen verwenden*

### 2.4.2 Energieniveaus

Löst man die Schrödingergleichung für das Wasserstoffatom, so erhält man eine einzige Abhängigkeit der Energien von der Hauptquantenzahl  $n$ :

*und für die Alkalimetalle?*

$$E_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{2\hbar^2 (4\pi\epsilon_0)^2} \frac{1}{n^2}$$

### 2.4.3 (Hyper-)Feinstruktur

Die sogenannte **Feinstruktur** rührt von der Spin-Bahn-Kopplung und relativistischen Korrekturen und hebt die Entartung in  $\mathbf{J}$  auf, während die **Hyperfeinstruktur** ebenfalls das magnetische Kernmoment berücksichtigt und die Entartung in  $\mathbf{F}$  aufhebt. Beschränkt man sich auf Alkalimetalle mit Grundzustand  $^2S_{\frac{1}{2}}$ , so liegt der erste angeregte Zustand bei Bahndrehimpuls  $P$  ( $l=1$ ) und Spin  $S=\frac{1}{2}$  und es folgt für den Gesamtdrehimpuls  $J=\frac{3}{2}$  oder  $J=\frac{1}{2}$ . Aufgrund der Spin-Bahn-Kopplung unterscheiden diese beiden Zustände sich in ihrer Energie bereits. Des weiteren teilt sich jedes Energieniveau noch einmal in seine Hyperfeinstruktur auf, da der Kern ebenfalls einen Spin  $I$  besitzt und dessen magnetischer Dipolmoment und elektrischer Quadropolmoment je nach Ausrichtung zu  $J$  mit den Elektronen wechselwirkt. Der Gesamtdrehimpuls  $F$  nimmt dann die Werte  $F = I + J, I + J - 1, \dots, I - J$  an. Für die Energieverschiebung gilt dann:

$$\Delta E = g_F \left( \frac{e\hbar}{2m} \right) B \cdot m_F$$

wobei das Magnetfeld  $B$  hier in  $z$ -Richtung gewählt wurde und  $m_F$  die  $z$ -Komponente von  $F$  angibt.

#### 2.4.4 Auswahlregeln

Bei Übergängen zwischen Energieniveaus mit verschiedenem  $F$  (Hyperfeinübergänge) benötigt man magnetische Dipolstrahlung. Es gelten die Auswahlregeln:  $\Delta n = \text{beliebig}$ ,  $\Delta l = \pm 1$ ,  $\Delta F = 0, \pm 1$ . Bei sogenannten Zeemanübergängen bleibt  $F$  konstant und  $m_F$  verändert sich. Es gilt:  $\Delta m_F = 0, \pm 1$ .

#### 2.4.5 Zeemaneffekt

Legt man ein schwaches magnetisches Feld an, so spalten die Niveaus auf Grund der unterschiedlichen Orientierungen von  $F$  bezogen auf das Feld  $H$  nochmal auf. In der Schwachfeldnäherung ist dies proportional zu  $H$  und geschieht mit der Magnetquantenzahl  $m_F$ .

*Formel?*

## 2.5 Optisches Pumpen

Im Normalzustand sind Atome über viele Energiezustände verteilt, wobei der niedrigste Energiezustand am größten bevölkert ist.

Redet man von **optischem Pumpen**, so will man eine Besetzungsinversion unter Zuführung von Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung herstellen. **Besetzungsinversion** bedeutet dabei, dass sich mehr Atome in einem angeregten Zustand als im Grundzustand befinden. In unserem Versuch ist ein angeregter Zustand durch die atomaren Spinorientierungen von dem Grundzustand unterscheidbar.

Wir betrachten ein freies Rb-Gas (Isotop  $Rb^{87} \implies I = \frac{3}{2}$ ) mit angelegtem **schwachen** magnetischen Feld. Ein einfallender, **zirkular polarisierter Lichtstrahl** einer Rubidium Spektrallampe wird unmittelbar absorbiert und regt ein Atom in den  $^2P_{\frac{1}{2}}$  Zustand an. Ist der Lichtstrahl rechtszirkular ( $\sigma^+$ ) polarisiert, so muss bei der Absorption eine Einheit vom **Drehimpuls aufgenommen** werden. Da bei Absorption so  $\Delta m_F = +1$  gelten muss, bei der darauffolgenden Emission allerdings  $\Delta m_F = 0, \pm 1$  gilt, sieht man schnell dass mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\frac{2}{3}$  ein höheres  $m_F$  als vorher erreicht wird und bei kontinuierlicher Fortsetzung dieses Prozesses (Absorption, Emission...) **alle Atome in den Zustand  $F = 2, m_F = +2$  angehoben werden und dort verharren**. So geht ein Atom im Zustand  $F = 1, m_F = -1$  bei Absorption von D1 Strahlung in  $^2P_{\frac{1}{2}}$  mit  $m_F = 0$  über, wobei (wegen Dopplerverbreiterung)  $F = 2, 1$  gilt. Bei der folgenden Emission geht es mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{2}{3}$  in  $m_F = 0, +1$ . Hat man die Mehrheit der Atome so in das höhere Niveau "gepumpt", so herrscht Besetzungsinversion und eine Großteil des einfallenden Lichts wird nun nicht mehr absorbiert. D2 Strahlung muss durch entsprechende Filter entfernt werden, da dies die voranschreitende Polarisation wieder verringern könnte.

*ein Spiegel wäre nicht schlecht?*

#### 2.5.1 Stimulierte Emission

**Stimulierte Emission** bezeichnet die Aussendung eines kohärenten, gleich polarisierten Photons, wenn ein Photon passender Energie 'auf' ein angeregtes Atom trifft. Dieser Prozess konkurriert zu der Absorption.



### 3 Theoretische Aufgaben

#### 3.1 Aufgabe a)

Der Einstein'sche Ansatz für die Wechselwirkung eines Strahlungsfeldes mit Atomen hat folgende Form:

$$W_{\text{abs}} = B\rho$$

mit

$$B = \frac{\lambda^3}{8\pi h \tau} \quad \text{und} \quad \rho = \frac{S}{c\nu_D}$$

wobei

$W_{\text{abs}}$ : Absorptionsrate des Atoms

$B$ : Einsteinkoeffizient Absorption: gibt Wahrscheinlichkeit für Absorption unabhängig von  $\rho$  an

$\rho$ : spektrale Strahlungsenergiedichte einfallender Strahl

$\tau$ : Lebensdauer des Niveaus

$S$ : Poynting-Vektor

$c$ : Lichtgeschwindigkeit

$\nu_D$ : Dopplerbreite

#### 3.2 Aufgabe b)

Mit Hilfe des Lambert-Beerschen Gesetzes:

$$\frac{dI(z)}{dz} = -\kappa I(z)$$

erhält man das Absorptionsverhalten eines Strahls beim Durchqueren eines Mediums.  $I(z)$  ist die Intensität an der Stelle  $z$  und  $\kappa$  ist konstant. Nimmt man kleine Zeitskalen an, so gilt das Gesetz analog für die Energie. Außerdem benutzen wir:

$$E(z) = \vec{A} \cdot \vec{S} = A \cdot \rho \cdot c \cdot \nu_D$$

wobei  $\vec{A}$  das Flächenelement senkrecht zur Energieflußrichtung von  $\vec{S}$  ist und wir im letzten Schritt benutzt haben, dass dann  $\cos(\alpha) = 1$ , wobei  $\alpha$  der Winkel zwischen  $\vec{A}$  und  $\vec{S}$  sein soll. Einsetzen in Lambert-Beer liefert dann:

$$\frac{dE(z)}{dz} = -\kappa \cdot A \cdot \rho \cdot c \cdot \nu_D$$

Es gilt aber auch

$$\frac{dE(z)}{dN} = -h \cdot \nu \cdot W_{\text{abs}}$$

denn  $W_{\text{abs}}$  ist die Absorptionsrate von Photonen und  $h\nu$  die Energie eines Photons, sodass diese Energie genau dem Strahl entnommen wird (deshalb das '-').

Gleichsetzen dieser beiden Formeln liefert:

$$h\nu W_{\text{abs}} dN = \kappa A \rho c \nu_D dz$$

Umstellen nach  $\kappa$  liefert;

$$\kappa = \frac{dN}{Adz} \frac{h\nu W_{\text{abs}}}{\rho c \nu_D} \stackrel{W_{\text{abs}} = \rho B}{Adz = dV} \frac{dN}{dV} \frac{h\nu B}{c \nu_D} \stackrel{B \text{ einsetzen}}{c = \lambda \nu} \frac{\lambda^2}{8\pi} \frac{dN}{dV} \frac{1}{\tau} \frac{1}{\nu_D}$$

Es gilt  $\lambda_{\text{frei}} = \frac{1}{\kappa}$  und nach genau dieser Weglänge hat nach Lambert-Beer die Intensität offensichtlich um  $\frac{1}{e}$  abgenommen. Für die Dopplerbreite gilt

$$\nu_D = \frac{1}{\lambda_0} \cdot \sqrt{\frac{8k_B T \ln 2}{m}} \quad [9]$$

$\lambda_0$  ist die D1-Linie,  $\lambda_0 = 794,76 \text{ nm}$  und  $T = 316 \text{ K}$ , was der Arbeitstemperatur der Rubidiumzelle ( $43^\circ\text{C}$ ) entspricht.  $m = 1,4 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$  ist die Masse eines Rubidiumsatoms. Als Dopplerbreite ergibt sich damit  $\nu_D = 562 \text{ MHz}$ . Für die Teilchendichte folgt:

$$\frac{dN}{dV} \approx \frac{N}{V} = \frac{P}{k_B T} = 2,7 \cdot 10^{16} \frac{1}{\text{m}^3}$$

denn die Dampfdruckgleichung lautet hier:

$$\log P = -\frac{4347,11 \text{ K}}{T} + 7,70$$

(wie in [3, S.35] beschrieben wird für den Übergang flüssig, gasförmig) und man erhält so:

$$P = 117 \mu\text{Pa}$$

Die errechneten Werte ergeben mit den Angaben aus dem Skript ( $\tau = 10 \text{ ns}$ ,  $\nu_D$ ,  $\frac{dN}{dV}$ ) für

$$\lambda_{\text{frei}} = 8,3 \text{ mm}$$

Verglichen mit der Rubidiumzelle  $\sim 5 \text{ cm}$  ist dies klein!



### 3.3 Aufgabe c)

Mit Hilfe der Formel  $\rho = \frac{S}{c\nu_D}$  folgt mit  $\nu_D$  aus der vorigen Aufgabe und  $S = 15 \mu\text{W}/\text{cm}^2$  dass

$$\rho = 8,9 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{m}^3\text{Hz}} \quad \checkmark$$

Mit  $B = \frac{\lambda^3}{8\pi h \tau}$  erhält man

$$B = 3,02 \cdot 10^{21} \frac{\text{m}}{\text{kg}}$$

Mit  $W_{\text{abs}} = B \cdot \rho$  erhält man dann die Absorptionsrate  $W_{\text{abs}}$  für ein Rubidiumatom zu

$$W_{\text{abs}} = 2693 \frac{1}{\text{s}} \quad \checkmark$$

mögliche Absorptionen pro Sekunde.

### 3.4 Aufgabe d)

Wir benötigen hier die mittlere freie Weglänge eines Atoms  $\lambda_{\text{Rb-Rb}}$ , d.h. wir untersuchen den Einfluß von Rubidium-Rubidium-Stößen.

Mit

$$\lambda_{\text{Rb-Rb}} = \frac{1}{\frac{N}{V} \cdot \sigma} \quad [10]$$

folgt

$$\lambda_{\text{Rb-Rb}} = 65 \text{ m} \quad \checkmark$$

Rechnet man mit dem 5cm Durchmesser des Glaskolbens, so gibt es im Mittel  $\frac{65\text{m}}{0,05\text{m}} = 1300$  Stöße mit der Wand, bevor zwei Rb-Atome kollidieren.

Für die mittlere Geschwindigkeit eines Atoms benutzen wir die Maxwell Verteilung [11]:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}} = 280 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \checkmark$$

Damit erhält man für die Wandstöße pro Sekunde:

$$\omega = \frac{1300}{\frac{\lambda_{\text{Rb-Rb}}}{\bar{v}}} = 5600 \frac{1}{\text{s}} \quad \checkmark$$

Dieser Wert ist deutlich größer als die Anzahl der Absorptionen pro Sekunde aus Aufgabenteil c). Es finden also häufiger Wandstöße von Atomen statt als Absorptionen, was ein optisches Pumpen unmöglich macht. Aus diesem Grund kann man ein Puffergas wie Argon oder Neon in die Zelle geben, um dieses Problem zu reduzieren und die Stoßhäufigkeit mit der Wand zu verringern.

## 3.5 Aufgabe e)

Man ist daran interessiert, die Relaxationszeit - also die Zeit vor einem Wandstoß des Atoms und dem dadurch bedingten Verlust der Spinausrichtung - zu erhöhen, damit diese größer als die Pumpzeit ist. Um das zu erreichen tut man sogenannte Puffergase mit in die Zelle (Edelgase), wodurch die Zeit deutlich erhöht wird, bis ein Rubidium-Atom die Wand erreicht, da es Stöße mit diesem Fremdgas ausführt aber die Spinausrichtung erhalten bleibt. Für den Depolarisationsquerschnitt von Helium gilt:  $\sigma_{\text{depol}} = 6,2 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$  und die Diffusionskonstante beträgt:  $D_0 = 0,54 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$  bei Atmosphärendruck. Dann gilt für die Diffusionszeit

$$\tau_D = \frac{d^2}{6D_0}$$

durch eine Gasschicht der Dicke  $d$  unter Atmosphärendruck.

## 3.6 Aufgabe f)

Für eine Helium-Füllung von 1mbar folgt mit

$$\tau_D = \frac{d^2}{6D_0}$$

und  $d = 2,5 \text{ cm}$  als Radius der Rubidiumzelle, dass

$$\tau_D = 1,9 \text{ ms}$$

Für die freie Weglänge zwischen depolarisierenden He-Rb-Stößen gilt

$$\lambda_{\text{depol}} = \frac{1}{n_0 \sigma_{\text{depol}}} = \frac{1}{\frac{P}{k_B T} \sigma_{\text{depol}}} \approx 703 \text{ km}$$

wobei wir  $P = 1 \text{ mbar}$ ,  $T = 316 \text{ K}$  und  $\sigma_{\text{depol}} = 6,2 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$  benutzt haben.

Für die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen gilt:

$$\tau_{\text{depol}} = \frac{\lambda_{\text{depol}}}{\bar{v}_{\text{rel}}} = 440 \text{ s}$$

wobei wir hier benutzt haben, dass

$$\bar{v}_{\text{He}} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}} = 1830 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \bar{v}_{\text{Rb}} = 280 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

nach Maxwell. Außerdem gilt folgender Zusammenhang zwischen mittlerer quadratischer Geschwindigkeit und dem Quadrat der mittleren Geschwindigkeit:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} \sqrt{v^2}$$

sodass:

$$\begin{aligned}
 \bar{v}_{\text{rel}} &= \sqrt{\frac{8}{3\pi}} \sqrt{v_{\text{rel}}^2} = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} \sqrt{(v_{\text{Rb}} - v_{\text{He}})^2} \\
 &= \sqrt{\frac{8}{3\pi}} \sqrt{v_{\text{Rb}}^2 - 2v_{\text{He}} \cdot v_{\text{Rb}} + v_{\text{He}}^2} \\
 &= \sqrt{v_{\text{Rb}}^2 - \frac{16}{3\pi} v_{\text{He}} \cdot v_{\text{Rb}} + v_{\text{He}}^2} = 1600 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

$\approx 994 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Die Zeit ist nun offensichtlich deutlich größer als die Zeit die im Mittel zwischen zwei Absorptionsvorgängen vergeht.

### 3.7 Aufgabe g)

Es sollen natürliche und apparative Linienbreite verglichen werden. Für die natürliche Linienbreite gilt wie gehabt mit Lebensdauer  $\tau = 10 \text{ ns}$ :

$$\nu_{\text{nat}} = \frac{1}{2\pi\tau} = 15,9 \text{ MHz}$$

Die Dopplerverbreiterung haben wir bereits zu  $\nu_D = 562 \text{ MHz}$  in Teil b) bestimmt. Offensichtlich dominiert diese die natürliche Linienbreite, weshalb man diese vernachlässigen kann. Man entnimmt aus [12] für die Aufspaltung der (Hyper-)Feinstruktur und der Zeeman-Niveaus mit der Einheit Kayser, wobei  $1 \text{ K} = 1 \text{ cm}^{-1}$  und diese mit der Wellenlänge über den Zusammenhang  $K = \frac{1}{\lambda}$  zusammenhängt.

$$\lambda_{\text{FS}} = 42,08 \mu\text{m}, \quad \lambda_{\text{HFS}} = (0,369 - 0,829) \text{ m}, \quad \lambda_{\text{Zeeman}} = (0 - 43,86) \text{ mm}$$

Mit der Dopplerverbreiterung von  $\nu_D = 562 \text{ MHz}$  kann man also mit der D1-Linie nicht in das  $J = \frac{3}{2}$  pumpen. Was erlaubt ist, sind Übergänge zwischen den Zeeman-Niveaus mit erlaubten Auswahlregeln.



## 4 Versuch

### 4.1 Aufbau

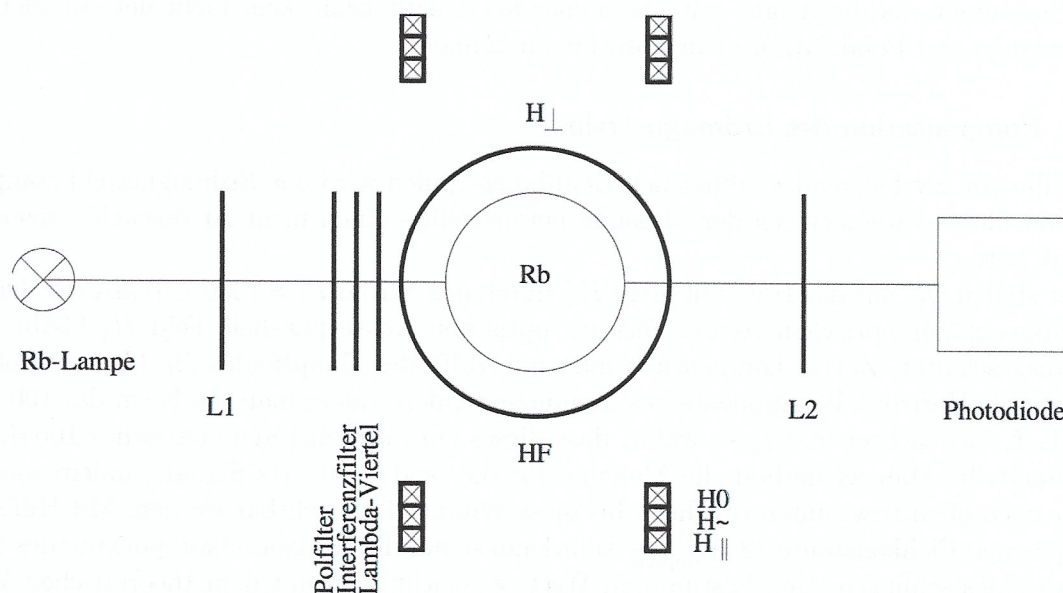


Abbildung 1: Versuchsaufbau P404, entnommen aus [3], S.34

Der in Abbildung 1 skizzierte Aufbau besteht aus einer hochfrequenzbetriebenen Rubidiumdampfzelle, wobei ihre Versorgungsspannung so gewählt ist, dass die Betriebstemperatur etwa  $100^\circ\text{C}$  beträgt. Durch die Linse L1 wird ein paralleles Strahlenbündel erzeugt, welches den Polarisationsfilter ("Polfilter") linear polarisiert wieder verlässt. Der darauffolgende Interferenzfilter lässt nur Licht einer bestimmten Wellenlänge passieren (bzw. eines Wellenlängenbereichs). In unserem Fall die nötige Wellenlänge um den Übergang  $^2S_{\frac{1}{2}} \rightarrow ^2P_{\frac{1}{2}}$  zu treiben. Danach passiert das Strahlenbündel ein Lambda-Viertel-Plättchen, welche das linear polarisierte Licht in zirkular polarisiertes umwandelt. Die in Abbildung 1 rechts neben dem  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen stehende heizbare Absorptionszelle enthält Rubidium im festen Aggregatzustand und wird die meiste Zeit auf etwa  $43^\circ\text{C}$  betrieben. Die Absorptionszelle ist von parallel zur optischen Achse montierten Helmholtz-Spulen umgeben (vgl. [3, S.34]). Mit der Linse L2 wird das Licht auf die Photodiode fokussiert. Durch Messung des Absorptionsspektrums kann man den Pumpprozess nachweisen und analysieren.

*D<sub>1</sub>-Linie*

### 4.2 Durchführung

Die Absorptionszelle wird im Regelfall auf eine Arbeitstemperatur von  $(43 \pm 0,5)^\circ\text{C}$  beheizt, bei der Bestimmung des Isotopenverhältnis variiert man diese allerdings. Wir beobachten

*± 1*



das durch die Photodiode aufgenommene Signal auf dem Oszilloskop, welches eine Spannung proportional zur einfallenden Lichtintensität anzeigt: Durch ein angelegtes Magnetfeld (=fließender Strom in den Helmholtz-Spulen) wird die Entartung der Zeeman-Niveaus aufgehoben. Da die Atome im Grundzustand thermisch verteilt sind, absorbieren diese die Strahlung zu einem großen Teil und die Photodiode registriert ein Minimum an Intensität. Während kontinuierlich mehr Atome <sup>in den</sup> angeregten Zustand <sup>übergehen</sup> sind, steigt auch die Intensität der Photodiode, da die Atome mit maximaler  $m_F$ -Quantenzahl kein Licht der einfallenden Wellenlänge und Polarisierung mehr absorbieren können.

#### 4.2.1 Kompensation des Erdmagnetfelds

Mit Hilfe von zwei stromdurchflossenen Helmholtz-Spulen wird das Erdmagnetfeld kompensiert, da dieses - wie sich bei der Messung herausstellt - einen nicht zu vernachlässigenden Einfluß hat.

Zuerst stellen wir nur das Horizontalfeld  $H_{\perp}$  durch den Strom  $I_{\perp} = (200 \pm 5)$  mA ein. Dieses ist senkrecht zur optischen Achse. Das zur optischen Achse parallele Feld  $H_{\parallel}$  bleibt vorerst ausgeschaltet. Zuerst kompensiert man mit Hilfe des Hauptfeldes  $H_0$  ( $I_0$  variabel bis 100 mA) die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes, indem man die Form des 100 Hz Signals  $I_{\sim}$  beobachtet und  $I_0$  so wählt, dass dieses ein möglichst symmetrisches 100 Hz Signal darstellt. Man wiederholt die Messung für die beiden 50 Hz Signale, indem man  $I_0$  weiter nach oben bzw. unten reguliert, bis diese symmetrisch sichtbar werden. Mit Hilfe der angegebenen Eichkonstante  $32,5 \frac{\text{Gauß}}{\text{Ampere}}$  kann man so auf die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes schließen. Den bestimmten Wert vergleicht man mit dem theoretischen Wert aus dem Dipolmodell:

$$B = M \cos \phi / R^3$$

mit  $R = 6371$  km,  $M = 7,95 \cdot 10^{25}$  Gauss  $\cdot$  cm<sup>3</sup>,  $\phi = 51,7^\circ$  (Bonn).

#### 4.2.2 Auf- und Abbaueiten der Besetzungsinversion

Durch Messen der steigenden und fallenden Flanke des Signals auf dem Oszilloskop kann man mit dem Ansatz

$$f(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

für den Signalverlauf und mehreren Messwerten für die Amplitude zu verschiedenen Zeiten  $\tau_{\text{auf}}$  und  $\tau_{\text{ab}}$  und daraus die Pumpzeit  $\tau_p$  und die Relaxationszeit  $\tau_r$  bestimmen.

#### 4.2.3 Verhältnis der $g_F$ -Faktoren

Mit der hier durchgeführten Messung will man das Verhältnis der g-Faktoren von den beiden Rb-Isotopen ermitteln. Wir arbeiten mit festem  $H_0$ ,  $I_0 = (100 \pm 0,5)$  mA und bei variablem  $I_{\sim}$  (zwischen 0 mA und 300 mA). Man erhält als Überlagerung dadurch Abbildung 2.

Außerdem liegt ein hochfrequentes Magnetfeld  $H_{HF}$  an, welches die Besetzungsinversion in periodischen Abständen mit Photonen der Energie  $E_{HF} = h \cdot \nu_{HF}$  wieder zerstören soll. Andernfalls würden die einmal gepumpten Niveaus erhalten bleiben - dem aufmerksamen

Wie kommt das 100 Hz und 50 Hz Signal zu Stande?

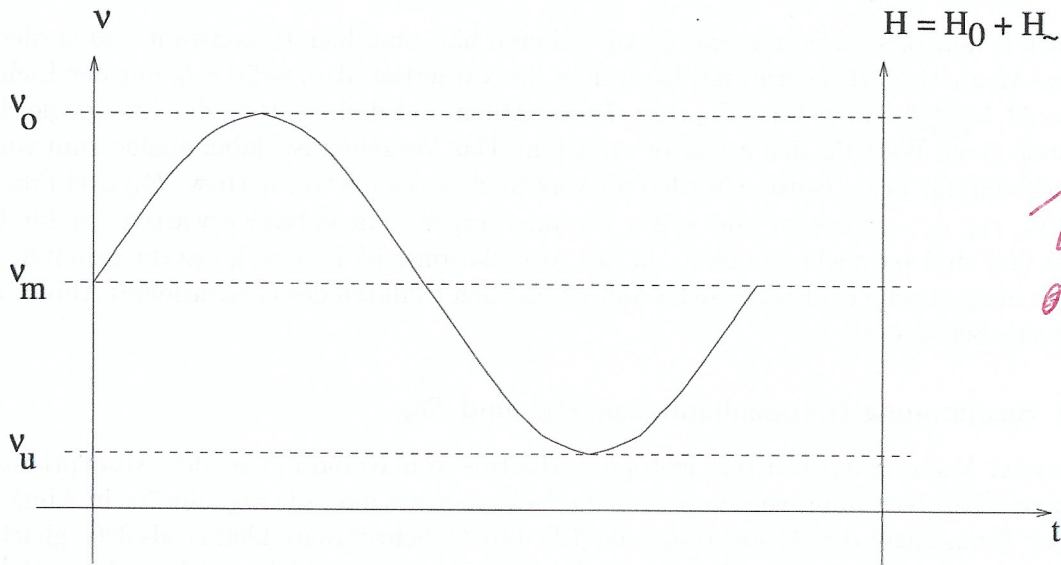


Abbildung P404.2: Ausgezeichnete Resonanzpunkte

Abbildung 2: Hochfrequenzmodulationspunkte bei überlagertem  $H_0$  und  $H_1$ , entnommen aus [3]

Leser fällt hier vielleicht auf, dass es genügen würde, abzuwarten bis  $H_0 + H_1 = 0$  und die Besetzungsinversion somit automatisch abgebaut wird, da es keine Zeeman-Aufspaltung mehr gibt; allerdings dauert dieser Prozess zum einen bei der durch die Steckdose vorgegebenen Frequenz deutlich länger und zum anderen würden wir so keinen Aufschluss über die g-Faktoren erhalten können, weshalb wir diesen Prozess durch das HF-Feld treiben - und man würde keine Änderung in dem Oszillogramm registrieren können. Auch dieses wird durch ein Helmholtzspulenpaar erzeugt, welches um die Absorptionszelle gewickelt ist und von einem Hochfrequenzgenerator mit kontinuierlich einstellbarer Frequenz betrieben wird.

Wenn die Energie der Photonen genau der Energiedifferenz der Zeeman-Niveaus entspricht, so können diese absorbiert werden und bauen die Besetzungsinversion ab. Es gilt folglich (Unterunterabschnitt 2.4.3):

$$h \cdot \nu_{HF} = g_F \cdot \frac{e}{2m} \cdot \hbar \cdot B \cdot (\Delta m_F)$$

Wir messen nun die Hochfrequenz-Modulationspunkte von  $H_{HF}$  in Abhängigkeit von dem Modulationsstrom  $I_1$ , bei denen ein regelmäßiges und symmetrisches 50 Hz bzw. 100 Hz Signal auf dem Oszilloskop zu sehen ist. Unregelmäßige Signale interessieren uns nicht, da diese nicht genau den interessanten 50 Hz bzw. 100 Hz Punkten (siehe Abbildung 2) entsprechen. Man trägt Frequenzwerte gegen Stromamplituden auf, ordnet die Kurventriplets den Isotopen zu und bestimmt letztlich das Verhältnis der g-Faktoren.



#### 4.2.4 Bestimmung $g_F$ -Faktoren

Anstatt  $I_0$  konstant zu halten und  $I_{\sim}$  zu variieren hält man hier  $I_{\sim}$  konstant und variiert  $I_0$ . Da das Magnetfeld  $B_0$  geeicht ist, kann man der variierten Stromstärke  $I_0$  mit der Eichkonstante  $32,5 \frac{\text{Gauss}}{\text{Ampere}}$  einen Wert  $H_0$  bzw.  $B_0$  zuordnen und dann mittels der Energiegleichung wie oben einen Wert für den g-Faktor ermitteln. Das Vorgehen ist dabei analog zum vorigen Versuchsteil, für beide Isotope werden für verschiedene Werte von  $I_0$  (bzw.  $B_0$ ) drei Frequenzen -  $\nu_u, \nu_m, \nu_o$  - gemessen und gegen  $B_0$  aufgetragen. Theoretisch erwarten wir für jedes Isotop hier drei parallele Geraden, da das Modulationsfeld  $I_{\sim}$  nun konstant gehalten wird und die magnetische Feldstärke sich dadurch an allen Punkten des Gesamtfeldes Abbildung 2 gleichermaßen ändert.

#### 4.2.5 Bestimmung Isotopenhäufigkeit $Rb_{85}$ und $Rb_{87}$

Im letzten Versuchsteil soll das Isotopenverhältnis von Rubidium in der Absorptionszelle ( $^{85}\text{Rb}$  zu  $^{87}\text{Rb}$ ) bestimmt werden. Für beide Isotope misst man die Signalgröße in Abhängigkeit der Temperatur der Absorptionszelle [(25..60)°C, Schrittweite kleiner als 3°C, gleichmäßig d.h. langsame Erwärmung] bei den 100Hz Signalen. Hauptfeld  $I_0$  und Modulationsfeld  $I_{\sim}$  werden dabei die ganze Zeit konstant gehalten. Außerdem benutzen wir - wie in der Theorie und den Aufgaben bereits - den in [3] gegebenen Zusammenhang zwischen der Temperatur  $T$  und dem Druck  $P$  bzw. der Teilchenzahldichte  $n = \frac{N}{V}$  und die ideale Gasgleichung  $Nk_B T = PV$  um die Teilchenzahldichte bei eingestellter Temperatur jeweils zu berechnen:

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{N}{V} = \frac{P}{k_B T} = \frac{\exp\left(-\frac{A}{T} + B\right)}{k_B T} \\
 \Rightarrow \Delta n &= \left[ \frac{1}{k_B T} \exp\left(-\frac{A}{T} + B\right) \cdot \frac{A}{T^2} - \frac{1}{k_B T^2} \exp\left(-\frac{A}{T} + B\right) \right] \Delta T \\
 &= \left[ \frac{A \cdot \exp\left(-\frac{A}{T} + B\right)}{k_B T^3} - \frac{\exp\left(-\frac{A}{T} + B\right)}{k_B T^2} \right] \Delta T
 \end{aligned}$$

Hierbei sind zwei Fälle zu unterscheiden:

- unter dem Tripelpunkt (fest/gasförmig) bei 312 K gilt  $A = 4503,74 \text{ K}$ ,  $B = 8,21$
- über 312 K befindenden wir uns bei dem Übergang flüssig/gasförmig und es gilt  $A = 4347,11 \text{ K}$ ,  $B = 7,70$

Man plottet die Signalstärke in Abhängigkeit von den Teilchendichten der Isotope, ermittelt so die Isotopenhäufigkeit und diskutiert das Resultat mit den Literaturwerten.

### 4.3 Messung und Auswertung

#### 4.3.1 Kompensation des Erdmagnetfeld

Das Modulationsfeld ist eingeschaltet, die erzeugende Stromstärke  $I_{\sim} = (115 \pm 1) \text{mA}$  soll uns hier aber nicht weiter interessieren! Die Frequenz dieses Feldes ist aus praktischen Gründen 50 Hz, denn diese Frequenz erhält man auch aus den Steckdosen in Deutschland. Wir messen zwei 50 Hz Signale, die symmetrisch um das 100 Hz Signal sind. Mittelt man die erzeugende Stromstärke der beiden, so sollten wir aus diesem Grund einen weiteren Messwert für  $I_0$  erhalten.

*Warum?*

Bei Beobachtung des 100 Hz Signals erhalten wir für das Hauptfeld

$$I_0 = (4,0 \pm 0,5) \text{mA}$$

bei einem eingeschalteten  $I_{\perp} = (200 \pm 1) \text{mA}$  für ein möglichst symmetrisches Signal. Sucht man das untere 50 Hz Signal, so findet man

$$I_0 = -(11 \pm 0,5) \text{mA}$$

Das zweite symmetrische 50 Hz Signal erhalten wir für

$$I_0 = (19 \pm 0,5) \text{mA}$$

*alles ist  $I_0$ ?*

Diese beiden Werte ergeben im Mittel also offensichtlich

$$\bar{I}_0 = \frac{I_1 + I_2}{2} = 4,0 \text{mA}$$

was wieder genau unserem Messwert für  $I_0$  bei dem 100 Hz Signal liefert. Für den Fehler ergibt sich rechnerisch

$$\Delta(\bar{I}_0) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\Delta I_1)^2 + (\Delta I_2)^2} = 0,354$$

*in Äpfel?*

womit sich der Mittelwert der beiden  $I_0$  nun mittels der gleichen Formeln ermitteln lässt zu

$$\bar{\bar{I}}_0 = (4,00 \pm 0,306) \text{mA}$$

Mit der gegebenen Eichung erhalten wir so:

$$B_{\text{Erde}} = 32,5 \frac{\text{Gauß}}{\text{Ampere}} \cdot 0,00400 \text{ A} = 0,130 \text{ Gs}$$

sowie den Fehler

$$\Delta B_{\text{Erde}} = 32,5 \frac{\text{Gauß}}{\text{Ampere}} \cdot 0,000306 \text{ A} = 0,00945 \text{ Gs}$$

⇒

$$B_{\text{Erde}} = (0,130 \pm 0,00945) \text{ Gs} = (0,013 \pm 0,000945) \text{ mT}$$



Der Vollständigkeit halber wollen wir diesen Wert für die magnetische Flußdichte hier noch in den entsprechenden Wert für die magnetische Feldstärke umrechnen, da dies die im Skript benutzte Größe war. Dafür benutzen wir

$$H = \frac{B}{\mu} = (10345,07 \pm 752,007) \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

wobei wir hier mit der Näherung gearbeitet haben, dass die mit Rubidium gefüllte Absorptionszelle eine magnetische Suszeptibilität von der Größenordnung  $\mathcal{O}(10^{-6})$  [13] hat und deshalb für die Permeabilität gilt:

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r = \mu_0$$

wobei  $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante ist und  $\mu_r$  die relative Permeabilität.

Vergleicht man das mit dem theoretischen Wert

$$B_{\text{Erde}} = \frac{M \cos \phi}{R^3} = 0,191 \text{ Gs}$$

*damit kann man auch den Winkel ausrechnen*  
 so stellt man fest, dass die Werte zwar nicht innerhalb der Fehlerabschätzung liegen, aber dennoch nah beieinander. Dass der gemessene Wert kleiner ist, kann man zum ~~einen~~ dadurch erklären, dass die Messapparatur nicht genau in Nord-Süd-Richtung des Erdmagnetfeldes ausgerichtet war, und so eine der drei Raumkomponenten des Erdmagnetfeldes vernachlässigt wird und zum anderen dadurch, dass wir Fehler beim Ablesen gemacht haben.

Für  $H_{\parallel}$  gilt im Folgenden  $H_{\parallel} = 80 \text{ mA}$  und nach wie vor  $H_{\perp} = 200 \text{ mA}$  zur Kompensation des Erdfeldes und Äquidistanzhaltung der Signale.

### 4.3.2 Auf- und Abbaueiten der Besetzungsinversion

Schaut man sich das Signal an, so fällt auf, dass die ansteigende Flanke deutlich langsamer steigt, als die abfallende Flanke sinkt. Daraus kann man schließen, dass die Relaxationszeit (deutlich) kürzer als die Pumpzeit ist, denn:

- bei gepumptem Zustand wird kein Licht mehr absorbiert, d.h. es wird transmittiert und als Maximum der Lichtintensität auf dem Oszillographen registriert, denn die (gepumpten-) Elektronen im angeregten Niveau können die einfallenden Photonen der entsprechenden Wellenlänge nicht mehr absorbieren.
- *wann?* danach findet der (kurze) Relaxationsprozess statt, es wird wieder mehr und mehr Licht absorbiert, bis schließendlich der Ausgangszustand wiederhergestellt ist und kaum Photonen die Photodiode erreichen und das Signal Minimal wird
- der länger andauernde Pumpprozess lässt mit der Zeit immer mehr Photonen die Photodiode erreichen, da auf Grund des gesättigten gepumpten Niveaus weniger Photonen absorbiert werden, bis man wieder den Punkt erreicht, an dem ein Maximum der Lichtintensität gemessen wird

Hier erhalten wir für die gemessenen Anstiegszeiten und Abstiegszeiten:

$t_{\text{auf}}$ in ms	$\Delta(t_{\text{auf}})$ in ms	U in mV	$\Delta(U)$ in mV
0.400	0.050	0.400	0.200
0.600	0.050	0.800	0.200
0.900	0.050	1.200	0.200
1.200	0.050	1.600	0.200
1.600	0.050	2.000	0.200
2.300	0.050	2.400	0.200

$t_{\text{ab}}$ in ms	$\Delta(t_{\text{ab}})$ in ms	U in mV	$\Delta(U)$ in mV
-0.700	0.050	2.400	0.200
-0.500	0.050	2.300	0.200
-0.400	0.050	1.900	0.200
-0.350	0.050	1.600	0.200
-0.275	0.050	1.200	0.200
-0.100	0.050	0.400	0.200
0.000	0.050	0.000	0.200

Abbildung 3: Anstieg: Vergangene Zeit  $\tau_{\text{auf}}$  gegen gemessene Spannung U

*kommen in den Anfang*

Abbildung 4: Abfall: Vergangene Zeit  $\tau_{\text{ab}}$  gegen gemessene Spannung U

Anzumerken ist dabei, dass die Fehler beabsichtigt groß gewählt wurden, da das Signal durch das Auflösungsvermögen des Oszilloskops sehr stark von einem Rauschen überlagert war.

Laut Praktikumsskript [3, S.32] gelten für den Signalverlauf die Zusammenhänge:

$$f_{\text{auf}}(t) = A_{\text{auf}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{auf}}}\right) \right]$$

$$f_{\text{ab}}(t) = A_{\text{ab}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{ab}}}\right) \right]$$

Trägt man mit GNUPLOT nun die Messwerte Abbildung 3 und Abbildung 4 in ein Diagramm und versucht obige Funktionen daran zu fitten, so erhält man als Graph Abbildung 5 mit entsprechenden  $\tau_{\text{auf}}$  und  $\tau_{\text{ab}}$ :

$$\tau_{\text{auf}} = (2.979 \pm 1.084) \text{ ms} \quad \text{und} \quad \tau_{\text{ab}} = (-0.6296 \pm 0.2448) \text{ ms}$$

*negative Zeitkonstante?*

Hierbei sei angemerkt, dass  $\tau_{\text{ab}}$  einen negativ Wert besitzt, da wir die Zeiten wegen obiger Formel aus dem Skript negativ eingetragen haben, damit Ab- und Aufbau im Graphen ineinander übergehen. Es wird hier allerdings genau der Betrag von diesem Wert  $|\tau_{\text{ab}}|$  gebraucht. Man stellt fest, dass mit den gegebenen Ansätzen

$$\frac{1}{\tau_{\text{auf}}} = \frac{1}{\tau_{\text{p}}} - \frac{1}{\tau_{\text{r}}}, \quad \frac{1}{\tau_{\text{ab}}} = \frac{1}{\tau_{\text{p}}} + \frac{1}{\tau_{\text{r}}}$$

folgt, dass

$$\frac{1}{\tau_{\text{auf}}} + \frac{1}{\tau_{\text{ab}}} = \frac{2}{\tau_{\text{p}}}, \quad \frac{1}{\tau_{\text{ab}}} - \frac{1}{\tau_{\text{auf}}} = \frac{2}{\tau_{\text{r}}}$$



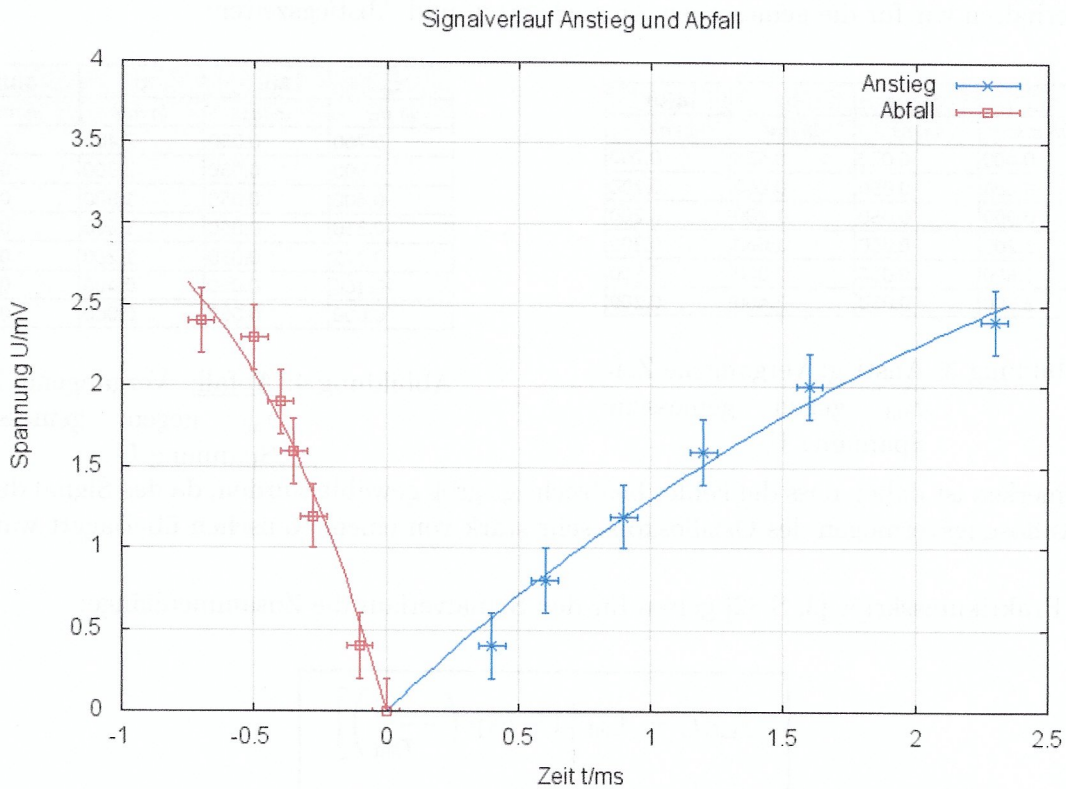


Abbildung 5: Signalverlauf Ab- und Aufbauzeiten der Besetzungsinversion

und damit insgesamt:

$$\tau_p = \frac{2}{\frac{1}{\tau_{\text{auf}}} + \frac{1}{\tau_{\text{ab}}}} = 2 \cdot \frac{\tau_{\text{auf}}\tau_{\text{ab}}}{\tau_{\text{auf}} + \tau_{\text{ab}}}$$

$$\tau_r = \frac{2}{\frac{1}{\tau_{\text{ab}}} - \frac{1}{\tau_{\text{auf}}}} = 2 \cdot \frac{\tau_{\text{auf}}\tau_{\text{ab}}}{\tau_{\text{auf}} - \tau_{\text{ab}}}$$

sodass auch folgt:

$$\Delta(\tau_p) = \sqrt{\left( \frac{2\tau_{\text{ab}}(\tau_{\text{auf}} + \tau_{\text{ab}}) - \tau_{\text{auf}}\tau_{\text{ab}}}{(\tau_{\text{auf}} + \tau_{\text{ab}})^2} \cdot \Delta\tau_{\text{auf}} \right)^2 + \left( \frac{2\tau_{\text{auf}}(\tau_{\text{auf}} + \tau_{\text{ab}}) - \tau_{\text{auf}}\tau_{\text{ab}}}{(\tau_{\text{auf}} + \tau_{\text{ab}})^2} \cdot \Delta\tau_{\text{ab}} \right)^2}$$

$$\Delta(\tau_r) = \sqrt{\left( \frac{2\tau_{\text{ab}}(\tau_{\text{auf}} - \tau_{\text{ab}}) - \tau_{\text{auf}}\tau_{\text{ab}}}{(\tau_{\text{auf}} - \tau_{\text{ab}})^2} \cdot \Delta\tau_{\text{auf}} \right)^2 + \left( \frac{2\tau_{\text{auf}}(\tau_{\text{auf}} - \tau_{\text{ab}}) + \tau_{\text{auf}}\tau_{\text{ab}}}{(\tau_{\text{auf}} - \tau_{\text{ab}})^2} \cdot \Delta\tau_{\text{ab}} \right)^2}$$

und damit insgesamt für die Pump- und Relaxationszeit:

$$\tau_p = (1,0395 \pm 0,5985) \text{ ms}$$

$$\tau_r = (1,5966 \pm 0,7354) \text{ ms}$$

Trotz - wie durch die angenommenen Fehler zu erwarten war - großen Fehler in unserem Resultat, kann man hier sehen dass die Pumpzeit deutlich kürzer als die Relaxationszeit ist und damit die für das optische Pumpen notwendige Bedingung  $\tau_p < \tau_r$  erfüllt wird.

### 4.3.3 Verhältnis g

Der in diesem Teil entstandene Signalverlauf sieht dem Signalverlauf sehr ähnlich, der entsteht wenn man das HF-Feld nicht eingeschaltet hat, die Besetzungsinversion also durch  $H_0 + H_{\sim} = 0$  periodisch abgebaut wird.

Wie in der Versuchsdurchführung erläutert, suchen wir für gewähltes  $I_{\sim}$  die Hochfrequenzmodulationspunkte bei denen das Signal möglichst symmetrisch und regelmäßig ist (50Hz und 100Hz Punkte in Abbildung 2), da die Photonen bei diesen Punkten genau die Energie besitzen die nötig ist, um die Zeeman-Niveaus zu treiben, aber auch noch genug Zeit bleibt die Niveaus wieder zu pumpen, ohne dass die Besetzungsinversion direkt wieder mit dem HF-Feld zerstört wird. Träfe man bspw. mit der Energie der Hochfrequenzphotonen eine Energieaufspaltung zwischen  $\nu_m$  und  $\nu_o$  (siehe Abbildung 2), so würde die Besetzungsinversion häufiger durch das Feld zerstört werden. Um das Verhältnis der g-Faktoren zu ermitteln, stellt man erst einmal fest dass die beiden Isotope in der Absorptionszelle durch den unterschiedlichen g-Faktor auch unterschiedlich stark aufspalten und so beide Signale für die Isotope getrennt gemessen werden können.  $H_0$  war durch  $I_0$  vorgegeben und ist dabei offensichtlich so gewählt worden, dass die Triplets der Isotope nicht überlagern und die Summe der beiden Felder  $H_0 + H_{\sim}$  die x-Achse nicht schneidet. Da die Aufspaltung der Niveaus proportional zum Hauptfeld  $H_0$  und Modulationsfeld  $H_{\sim}$  ist -  $H_0$  aber konstant ist - misst man die Hochfrequenz  $\nu_{u,m,o}$  gegen die Modulationsstromstärke  $I_{\sim}$ . Die Indices "u,m,o" stehen dabei für untere, mittlere und obere Frequenz, denn wir erhalten für ein Isotop wie oben angedeutet drei Punkte bei denen die Zeeman-Niveaus wie gewünscht verschoben werden: Tiefpunkt von  $H_0 + H_{\sim}$ , mittlere Magnetfeldstärke und Hochpunkt.

Tabellarisch dargestellt erhält man so Abbildung 6:

und eine entsprechende Darstellung mit GNU PLOT sowie anschließendem Suchen einer Fit-Gerade mit Fit-Parametern für jede der Messreihen in Form von

$$f(x) = m \cdot x + b$$

liefert Abbildung 7, wobei man hier schön das lineare Verhalten sieht. Dabei sei angemerkt, dass die Fehlerbalken zwar vorhanden sind, die Fehler auf Grund der uns zur Verfügung stehenden Messapparatur allerdings so klein abgeschätzt werden konnten, dass man sie nicht sieht. Im Idealfall würde das Triplet sich für jedes Isotop in einem gemeinsamen Achsenabschnitt b treffen, da hier  $I_{\sim} = 0$  gilt, das Gesamtfeld und damit die Aufspaltung einzig und allein durch  $H_0$  gegeben ist und folglich auch gilt ( $i \hat{=} \text{Isotop}$  sowie  $\Delta m_F = 1$  für Zeeman

*zogen  
mild  
aber, dass  
sind die  
Markanten  
Messpunkte*

*missverständlich mit der ~~QZ~~ m*



Isotop 1						Isotop 2			
I.	$\Delta(I)$	$\nu$ 50Hz unten	$\nu$ 100Hz	$\nu$ 50Hz oben	$\Delta(\nu)$	$\nu$ 50Hz unten	$\nu$ 100Hz	$\nu$ 50Hz oben	$\Delta(\nu)$
in mA	in mA	in MHz	in MHz	in MHz	in MHz	in MHz	in MHz	in MHz	in MHz
40.000	0.500	1.460	1.500	1.530	0.010	2.195	2.245	2.295	0.010
60.000	0.500	1.450	1.450	1.535	0.010	2.180	2.245	2.300	0.010
105.000	0.500	1.445	1.500	1.545	0.010	2.165	2.245	2.320	0.010
130.000	0.500	1.425	1.500	1.650	0.010	2.145	2.245	2.345	0.010
160.000	0.500	1.405	1.500	1.580	0.010	2.110	2.250	2.375	0.010
190.000	0.500	1.385	1.450	1.600	0.010	2.080	2.250	2.405	0.010
220.000	0.500	1.375	1.500	1.625	0.010	2.050	2.245	2.435	0.010
250.00	0.500	1.35	1.50	1.65	0.010	2.01	2.25	2.48	0.010
280	0.500	1.33	1.45	1.655	0.010	1.995	2.245	2.515	0.010
300	0.500	1.315	1.5	1.68	0.010	1.97	2.26	2.535	0.010

Abbildung 6: Hochfrequenzmodulationspunkte  $\nu_{u,m,o}$  zur Zerstörung der Besetzungsinversion bei verschiedenen  $I_{\sim}$

Übergänge):

$$\Delta E = b^i = g_F^i \cdot \frac{e}{2m} \cdot \hbar \cdot B \cdot (\Delta m_F)$$

$$\Leftrightarrow g_F^i = \frac{2mb^i}{e\hbar B}$$

**Isotop 1:**

$$m_u = (-0,5658 \pm 0,0288) \frac{\text{kHz}}{\text{mA}} \quad b_u = (1492,17 \pm 5,562) \text{ kHz}$$

$$m_m = (-0,0065 \pm 0,0947) \frac{\text{kHz}}{\text{mA}} \quad b_m = (1486,13 \pm 18,32) \text{ kHz}$$

$$m_o = (0,541 \pm 0,1009) \frac{\text{kHz}}{\text{mA}} \quad b_o = (1511,13 \pm 19,51) \text{ kHz}$$

**Isotop 2:**

$$m_u = (-0,8957 \pm 0,0425) \frac{\text{kHz}}{\text{mA}} \quad b_u = (2245,4 \pm 8,222) \text{ kHz}$$

$$m_m = (0,0314 \pm 0,0154) \frac{\text{kHz}}{\text{mA}} \quad b_m = (2242,55 \pm 2,971) \text{ kHz}$$

$$m_o = (0,9676 \pm 0,05444) \frac{\text{kHz}}{\text{mA}} \quad b_o = (2232,62 \pm 10,53) \text{ kHz}$$

Wie bereits oben erwähnt, würden wir theoretisch einen gemeinsam Achsenabschnitt erwarten, sodass wir hier nun über die Achsenabschnittsfrequenzen mitteln. Der Index "1" steht dabei für das "Isotop 1" und der Index 2 entsprechend für das zweite Isotop.

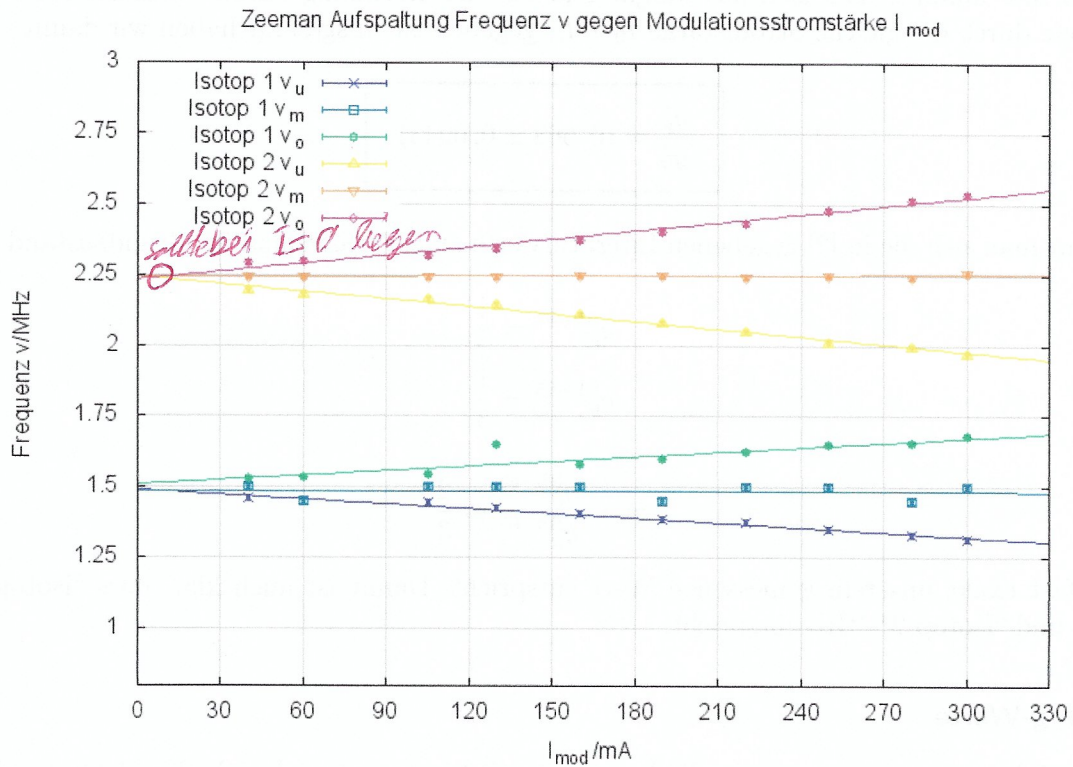


Abbildung 7: Hochfrequenzmodulationspunkte  $\nu_{u,m,o}$  beider Isotope gegen  $I_{\sim}$

$$b_1 = \frac{b_u + b_m + b_o}{3} = 1496,477 \text{ kHz}$$

$$\Delta b_1 = \frac{1}{3} \sqrt{(\Delta b_u)^2 + (\Delta b_m)^2 + (\Delta b_o)^2} = 9,112 \text{ kHz}$$

Entsprechend

$$b_2 = (2240,19 \pm 4,562) \text{ kHz}$$

Rechnet man nun das Verhältnis der beiden g-Faktoren aus, so erhält man nach obiger Gleichung:

$$\frac{g_F^1}{g_F^2} = \frac{b^1}{b^2} \quad \text{und} \quad \Delta \left( \frac{g_F^1}{g_F^2} \right) = \sqrt{\left( \frac{1}{(b^2)} \cdot \Delta(b^1) \right)^2 + \left( \frac{(b^1)}{(b^2)^2} \cdot \Delta(b^2) \right)^2}$$



wobei hier auffällt, dass sich das Magnetfeld aus der Rechnung kürzt, da dieses für beide Isotope durch die gleiche Stromstärke  $I_0 + I_{\sim}$  gegeben ist. Insgesamt haben wir damit:

$$\frac{g_F^1}{g_F^2} = (0,668 \pm 0,0043) \quad \checkmark$$

Schaut man sich die in [2] gegebenen Literaturwerte an, so erhält man im Grundzustand mit

$$\begin{aligned} g_F^{\text{Rb-87}} &= \frac{1}{2} \\ g_F^{\text{Rb-85}} &= \frac{1}{3} \\ \implies \frac{g_F^{\text{Rb-85}}}{g_F^{\text{Rb-87}}} &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

was fast exakt unserem gemessenen Wert entspricht. Damit ist auch klar, dass "Isotop 1"  $^{85}\text{Rb}$  und "Isotop 2"  $^{87}\text{Rb}$  entspricht.

#### 4.3.4 g-Werte

Wir wählen  $I_{\sim} = 200 \text{ mA}$ , womit die Isotope deutlich getrennt sind, sich aber dennoch nicht überlagern, wie gefordert war und was auch zur vernünftigen Messung nötig ist. Um von  $I_0/\text{Ampere}$  in  $B_0/\text{Gauss}$  umzurechnen, benutzt man die Formel:

$$\begin{aligned} B_0 &= 32,5 \frac{\text{Gauss}}{\text{Ampere}} \cdot I_0 \\ \implies \Delta(B_0) &= 32,5 \frac{\text{Gauss}}{\text{Ampere}} \cdot \Delta(I_0) \end{aligned}$$

wobei man aufpassen muss, da  $I_0$  bei uns in mA gemessen wurde.

Wir wählen zu Beginn  $I_0 = 50 \text{ mA}$ , variieren in 10-er Schritten und erhalten die Messreihe Abbildung 8:

		Isotop 1				Isotop 2					
$I_0$	$\Delta(I_0)$	$\nu(50\text{Hz unten})$	$\nu(100\text{Hz})$	$\nu(50\text{Hz oben})$	$\Delta(\nu)$	$\nu(50\text{Hz unten})$	$\nu(100\text{Hz})$	$\nu(50\text{Hz oben})$	$\Delta(\nu)$	$B_0$	$\Delta(B_0)$
in mA	in mA	in MHz	in MHz	in MHz	in MHz	in MHz	in MHz	in MHz	in MHz	in Gauß	in Gauß
50.000	0.500	0.645	0.760	0.860	0.010	0.985	1.130	1.290	0.010	1.6250	0.0163
60.000	0.500	0.795	0.910	1.015	0.010	1.190	1.350	1.510	0.010	1.9500	0.0163
70.000	0.500	0.945	1.070	1.160	0.010	1.410	1.570	1.740	0.010	2.2750	0.0163
80.000	0.500	1.090	1.215	1.320	0.010	1.640	1.800	1.970	0.010	2.6000	0.0163
90.000	0.500	1.240	1.360	1.460	0.010	1.860	2.040	2.200	0.010	2.9250	0.0163
100.000	0.500	1.400	1.520	1.630	0.010	2.100	2.270	2.440	0.010	3.2500	0.0163
110.000	0.500	1.550	1.680	1.770	0.010	2.320	2.500	2.670	0.010	3.5750	0.0163
120.000	0.500	1.69	1.80	1.91	0.010	2.53	2.70	2.87	0.010	3.9000	0.0163

Abbildung 8:  $\nu_{u,m,o}$  bei verschiedenen  $I_0 \hat{=} B_0$



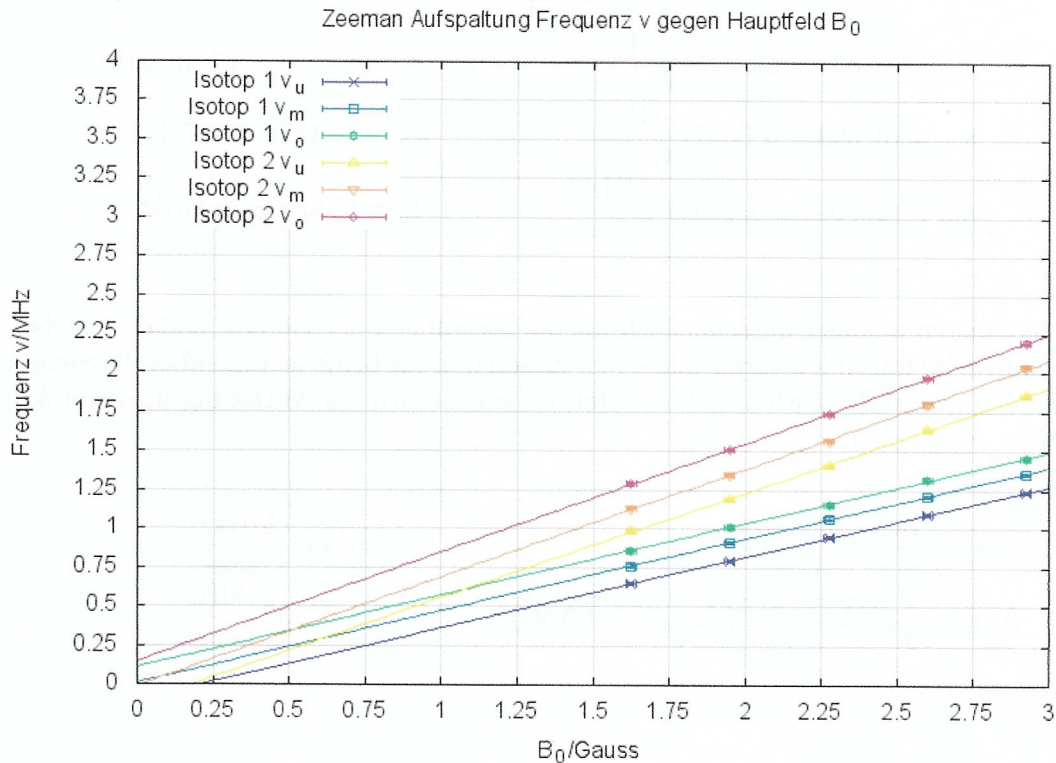


Abbildung 9: Hochfrequenzmodulationspunkte  $\nu_{u,m,o}$  beider Isotope gegen  $B_0$

Es ergibt sich Graph Abbildung 9 mit GNU PLOT bei der Auftragung von  $B_0$  gegen die gemessenen Hochfrequenzmodulationspunkte und folgende Fit-Parameter für Fit-Geraden der Form

$$f(x) = m \cdot x + b$$

**Isotop 1:**

$$m_u = (0,4569 \pm 0,00154) \frac{\text{MHz}}{\text{Gauss}} \quad b_u = (-96,5 \pm 3,571) \text{ kHz}$$

$$m_m = (0,463 \pm 0,0049) \frac{\text{MHz}}{\text{Gauss}} \quad b_m = (9,5 \pm 11,48) \text{ kHz}$$

$$m_o = (0,463 \pm 0,0049) \frac{\text{MHz}}{\text{Gauss}} \quad b_o = (109,5 \pm 11,48) \text{ kHz}$$

## Isotop 2:

$$\begin{aligned}
 m_u &= (0,677 \pm 0,0075) \frac{\text{MHz}}{\text{Gauss}} & b_u &= (-123 \pm 17,49) \text{ kHz} \\
 m_m &= (0,698 \pm 0,0077) \frac{\text{MHz}}{\text{Gauss}} & b_m &= (-11 \pm 17,97) \text{ kHz} \\
 m_o &= (0,7015 \pm 0,0035) \frac{\text{MHz}}{\text{Gauss}} & b_o &= (146 \pm 8,25) \text{ kHz}
 \end{aligned}$$

Wir interessieren uns hier ausschließlich für die Steigungen der Gerade, sodass wir die Achsenabschnitte im folgenden vernachlässigen. Es soll nun für beide Isotope über die Steigungen der Geraden gemittelt werden, dabei verfahren wir ähnlich zur Mittelung über die Achsenabschnitte weiter oben:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= \frac{m_u + m_m + m_o}{3} & &= 0,461 \frac{\text{MHz}}{\text{Gauss}} \\
 \Delta m_1 &= \frac{1}{3} \sqrt{(\Delta m_u)^2 + (\Delta m_m)^2 + (\Delta m_o)^2} & &= 0,00237 \frac{\text{MHz}}{\text{Gauss}}
 \end{aligned}$$

Entsprechend

$$\checkmark \quad m_2 = (0,6922 \pm 0,00377) \frac{\text{MHz}}{\text{Gauss}}$$

Wir benutzen nun wieder

$$h \cdot \nu_{HF} = g_F \cdot \frac{e}{2m} \cdot \hbar \cdot B \cdot (\Delta m_F)$$

was mit  $\Delta m_F = \pm 1$  für Zeeman Übergänge wieder äquivalent ist zu:

$$\boxed{\nu_{HF} = \frac{e}{4\pi \cdot m} g_F \cdot B}$$

wobei man hier sofort abliest, dass folgender Zusammenhang zur Steigung des Graphen gilt:

$$m_i = \frac{e}{4\pi \cdot m} g_F^i$$

$$\Leftrightarrow \boxed{
 \begin{aligned}
 g_F^i &= m_i \cdot \frac{4\pi \cdot m}{e} \\
 \Delta g_F^i &= \Delta m_i \cdot \frac{4\pi \cdot m}{e}
 \end{aligned}
 }$$



Setzt man nun die ermittelten Steigungen für die Isotope ein, und benutzt, dass 1 Gauss = 0,1 mT und beachtet dass die Frequenz in MHz gegeben ist, so erhält man:

$$\begin{aligned} g_F^1 &= g_F^{85\text{Rb}} = (0,3294 \pm 0,0017) \\ g_F^2 &= g_F^{87\text{Rb}} = (0,4946 \pm 0,0027) \end{aligned}$$

Wir werfen erneut einen Blick auf die Literaturwerte in [2]:

$$\begin{aligned} g_F^{\text{Rb-87}} &= \frac{1}{2} \\ g_F^{\text{Rb-85}} &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

und stellen fest, dass diese Werte zwar nicht innerhalb der Fehlergrenzen unserer Messwerte liegen, allerdings beträgt die Abweichung nur knapp 1,2%. *bei einer so kleinen Abweichung*  
Mit Hilfe der g-Faktoren können wir nun die Kernspins bestimmen. Dazu rekapitulieren wir aus dem Theorieteil:

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}$$

und nutzen die Angaben in [2] für die Quantenzahlen:

Es gilt  $L = 0$ , die Elektronenspinquantenzahl ist  $S = \frac{1}{2}$  und für den Gesamtdrehimpuls gilt  $J = \frac{1}{2}$ . Zuerst folgt damit:

$$g_J = 2$$

Mit  $F = I + J$  formen wir um zu:

$$g_F = g_J \cdot \frac{(I + \frac{1}{2})(I + \frac{3}{2}) + \frac{3}{4} - I(I+1)}{2(I + \frac{1}{2})(I + \frac{3}{2})}$$

Eine nicht sehr schwierige, aber sehr unschöne und lästige algebraische Umformung ergibt

$$I^2 \cdot g_F + I(2g_F - 1) + \left(\frac{3}{4}g_F - \frac{3}{2}\right)$$

wobei hier auf Zwischenschritte verzichtet werden soll. Der Leser kann sich entweder selbst davon überzeugen oder Mathematica benutzen. Man kommt durch teilen mit  $g_F$  und anschließendem Nutzen der p-q-Formel auf:

$$I = \left(\frac{1}{2g_F} - 1\right) \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2g_F} - 1\right)^2 - \frac{3}{4} + \frac{3}{2g_F}}$$

Da unsere relativen Fehler in  $g_F$  nur knapp 0,5% betragen und für den Spin nur halbzahlige Werte möglich sind, soll hier außerdem auf eine Fehlerrechnung verzichtet werden, da die Werte durch diese Einschränkung schon bewertet werden können. Außerdem ist der Wurzelterm immer größer als der Term davor, weshalb wir nur der "oberen" Lösung mit dem positiven Vorzeichen Beachtung schenken und das "untere" als unphysikalisch verwerfen. Wir erhalten:

$$I^{85\text{Rb}} = 2,536$$

$$I^{87\text{Rb}} = 1,522$$

Ein Blick in [2] liefert für die Literaturwerte

$$I^{85\text{Rb}} = \frac{5}{2}$$

$$I^{87\text{Rb}} = \frac{3}{2}$$

womit wir also sehr nah beim Literaturwert liegen.

### 4.3.5 Temperatur

Wir haben den Modulationsstrom konstant  $I_{\sim} = 200\text{mA}$  gewählt und die Stromstärke des Hauptfeldes,  $I_0 = 100\text{mA}$ .  $H_{\perp}$  und  $H_{\parallel}$  sind wie in den vorigen Versuchsteilen. Die Betriebstemperatur lag wie angegeben bei  $43^{\circ}\text{C}$  und musste nicht extra grafisch bestimmt werden. Wir haben die Temperatur nun in etwa  $3^{\circ}\text{C}$  Schritten von etwa  $25^{\circ}\text{C}$  bis knapp  $60^{\circ}\text{C}$  erhöht und erhalten die Messwerte in Abbildung 10:

T	$\Delta T$	Isotop 1						Isotop 2			
		Spannung U	$\Delta U$	U(50Hz unten)	U(100Hz)	U(50Hz oben)	$\Delta U$	U(50Hz unten)	U(100Hz)	U(50Hz oben)	$\Delta U$
in $^{\circ}\text{C}$	in $^{\circ}\text{C}$	in V	V	in mV	in mV	in mV	in mV	in mV	in mV	in mV	in mV
24.750	0.500	0.000	0.010	1.080	0.520	1.200	0.200	0.800	0.360	0.760	0.200
28.000	0.500	12.020	0.010	1.520	0.800	1.800	0.200	1.320	0.800	1.400	0.200
31.000	0.500	23.880	0.010	1.960	1.160	2.200	0.200	2.000	1.120	2.080	0.200
34.000	0.500	32.300	0.010	2.600	1.440	2.760	0.200	2.800	1.440	2.880	0.200
37.000	0.500	44.800	0.010	2.640	1.480	2.800	0.200	3.400	1.800	3.600	0.200
39.000	0.500	58.000	0.010	2.720	1.440	2.600	0.200	3.960	2.320	4.040	0.200
41.000	0.500	62.140	0.010	2.600	1.360	2.520	0.200	4.440	2.400	4.440	0.200
42.000	0.500	64.300	0.010	2.320	1.120	2.160	0.200	4.600	2.760	4.600	0.200
43.000	0.500	65.920	0.010	2.000	1.200	1.960	0.200	4.320	2.400	4.520	0.200
44.000	0.500	68.100	0.010	1.920	1.120	1.920	0.200	4.360	2.560	4.400	0.200
45.000	0.500	70.400	0.010	1.840	1.080	1.840	0.200	4.440	2.480	4.640	0.200
47.240	0.500	74.760	0.010	1.400	0.760	1.320	0.200	3.960	2.120	4.000	0.200
49.000	0.500	76.000	0.010	1.160	0.640	0.880	0.200	3.360	1.960	3.200	0.200
52.000	0.500	79.400	0.010	0.800	0.480	0.600	0.200	2.320	1.440	2.000	0.200
55.000	0.500	80.500	0.010	0.600	0.320	0.360	0.200	1.200	0.800	1.200	0.200
58.000	0.500	84.000	0.010	0.360	0.160	0.200	0.200	0.720	0.400	0.680	0.200

Abbildung 10: Messung der Signalamplitude in Abhängigkeit der Temperatur bei beiden 50Hz Signalen und beim 100Hz Signal



Dazu sei gesagt, dass das Signal von einem starken Rauschen überlagert war und es dadurch schwer war, genaue Messwerte für die Amplitude zu nehmen. Der Fehler wurde aus diesem Grund groß gewählt.

Die am Heizlüfter angelegte Spannung  $U$  ist nicht von weiterem Interesse, sodass wir diese aus der Tabelle entfernen. Außerdem interessieren wir uns im Folgenden nur für das 100 Hz Signal, sodass wir die beiden Messwerte der 50 Hz Signale ebenfalls nicht mehr brauchen. Man hätte wahlweise aber auch diese nehmen können oder über beide mitteln und den gemittelten Wert verwenden können. Eine weitere Spalte wird für die Temperatur in Kelvin angelegt.

Wie bereits in der Versuchsdurchführung erwähnt, benötigen wir zwei verschiedene Gleichungen um die Teilchendichte in Abhängigkeit der Temperatur zu bestimmen:

$$n = \frac{\exp\left(-\frac{4503,74 \text{ K}}{T} + 8,21\right)}{k_B T} = 2,66363 \cdot 10^{26} \cdot \frac{\exp\left(-\frac{4503,74 \text{ K}}{T}\right)}{T} \quad \text{für } T < 312 \text{ K}$$

$$n = \frac{\exp\left(-\frac{4347,11 \text{ K}}{T} + 7,70\right)}{k_B T} = 1,5995 \cdot 10^{26} \cdot \frac{\exp\left(-\frac{4347,11 \text{ K}}{T}\right)}{T} \quad \text{für } T > 312 \text{ K}$$

und

$$\Delta n = \left[ \frac{4503,74 \text{ K} \cdot \exp\left(-\frac{4503,74 \text{ K}}{T} + 8,21\right)}{k_B T^3} - \frac{\exp\left(-\frac{4503,74 \text{ K}}{T} + 8,21\right)}{k_B T^2} \right] \Delta T, \quad T < 312 \text{ K}$$

$$\Delta n = \left[ \frac{4347,11 \text{ K} \cdot \exp\left(-\frac{4347,11 \text{ K}}{T} + 7,70\right)}{k_B T^3} - \frac{\exp\left(-\frac{4347,11 \text{ K}}{T} + 7,70\right)}{k_B T^2} \right] \Delta T, \quad T > 312 \text{ K}$$

Man ergänzt die Tabelle also noch um die entsprechende Spalte, benutzt ab 39 °C die zweite Formel und erhält insgesamt Abbildung 11:

Man kann den Zusammenhang so verstehen, dass die Teilchendichte ein Maß dafür ist, wie viel Teilchen auf einem Raumgebiet gesammelt (bzw. auch gequatscht) zur Verfügung stehen, um Strahlung zu absorbieren. Entsprechend variiert dadurch die transmittierte Intensität bzw. die Spannungsamplitude beim Auf- und Abbau der Besetzungsinversion. Offensichtlich gibt es hier einen Peak, sodass für noch größere Teilchendichten schon wieder weniger Intensität an der Photodiode ankommt. Auf diese Weise kann man durch einen Vergleich der beiden Maximalwerte der Amplitude Rückschluss auf das Verhältnis der beiden Isotope in der Absorptionzelle ziehen.

Trägt man die Signalamplitude  $U_{max}$  gegen die Teilchendichte in GNUPLOT auf, so erhält man eine offensichtlich gaußförmige Verteilung der Werte. Fittet man jeweils eine Gaußfunktion der Form:

$$f(x) = C + \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

an die Werte, so erhält man Abbildung 12:

*3 bei einem Ges?*



T	$\Delta T$	T	$\Delta T$	n= N/V	$\Delta n$	Isotop 1		Isotop 2	
						U(100Hz)	$\Delta U$	U(100Hz)	$\Delta U$
in °C	in °C	in K	in K	1/m <sup>3</sup>	1/m <sup>3</sup>	in mV	in mV	in mV	in mV
24.750	0.500	297.750	0.500	2.41280624E+17	5.72613864E+15	0.520	0.200	0.360	0.200
28.000	0.500	301.000	0.500	2.81019553E+17	6.52094876E+15	0.800	0.200	0.800	0.200
31.000	0.500	304.000	0.500	3.22519618E+17	7.33172371E+15	1.160	0.200	1.120	0.200
34.000	0.500	307.000	0.500	3.69117589E+17	8.22194885E+15	1.440	0.200	1.440	0.200
37.000	0.500	310.000	0.500	4.21306262E+17	9.19709653E+15	1.480	0.200	1.800	0.200
39.000	0.500	312.000	0.500	4.55811362E+17	9.45160408E+15	1.440	0.200	2.320	0.200
41.000	0.500	314.000	0.500	4.94939115E+17	1.01276045E+16	1.360	0.200	2.400	0.200
42.000	0.500	315.000	0.500	5.15535032E+17	1.04795740E+16	1.120	0.200	2.760	0.200
43.000	0.500	316.000	0.500	5.36844067E+17	1.08410869E+16	1.200	0.200	2.400	0.200
44.000	0.500	317.000	0.500	5.58885472E+17	1.12123173E+16	1.120	0.200	2.560	0.200
45.000	0.500	318.000	0.500	5.81678848E+17	1.15934406E+16	1.080	0.200	2.480	0.200
47.240	0.500	320.240	0.500	6.35567653E+17	1.24839616E+16	0.760	0.200	2.120	0.200
49.000	0.500	322.000	0.500	6.80776421E+17	1.32204032E+16	0.640	0.200	1.960	0.200
52.000	0.500	325.000	0.500	7.64008446E+17	1.45532358E+16	0.480	0.200	1.440	0.200
55.000	0.500	328.000	0.500	8.55537006E+17	1.59880386E+16	0.320	0.200	0.800	0.200
58.000	0.500	331.000	0.500	9.55988504E+17	1.75297800E+16	0.160	0.200	0.400	0.200

Abbildung 11: Messung der Signalamplitude in Abhängigkeit der Teilchendichte beim 100Hz Signal

und als Fit-Parameter für den Mittelwert  $\mu$  (die anderen Fit-Parameter interessieren uns nicht weiter):

$$\mu^{85\text{Rb}} = (4,45298 \pm 0,07684) \cdot 10^{17} \frac{1}{\text{m}^3} = n_{\mu}^{85\text{Rb}}$$

$$\mu^{87\text{Rb}} = (5,58348 \pm 0,06733) \cdot 10^{17} \frac{1}{\text{m}^3} = n_{\mu}^{87\text{Rb}}$$

Um das Verhältnis der beiden Isotope zu berechnen, ermitteln wir den Anteil  $V^{85\text{Rb}}$  an  $^{85}\text{Rb}$  mittels

$$V^{85\text{Rb}} = \frac{n_{\mu}^{85\text{Rb}}}{n_{\mu}^{85\text{Rb}} + n_{\mu}^{87\text{Rb}}}$$

$$\Leftrightarrow \Delta V^{85\text{Rb}} = \sqrt{\left( \frac{n_{\mu}^{87\text{Rb}} \cdot \Delta n_{\mu}^{85\text{Rb}}}{(n_{\mu}^{85\text{Rb}} + n_{\mu}^{87\text{Rb}})^2} \right)^2 + \left( \frac{n_{\mu}^{85\text{Rb}} \cdot \Delta n_{\mu}^{87\text{Rb}}}{(n_{\mu}^{85\text{Rb}} + n_{\mu}^{87\text{Rb}})^2} \right)^2}$$

wobei für  $V^{85\text{Rb}}$  die beiden Variablen gegeneinander ausgetauscht werden (Fehlerformel ist symmetrisch unter dieser Operation) und erhalten so:

$$V^{85\text{Rb}} = 0,4437 \qquad V^{87\text{Rb}} = 0,5563$$

$$\Rightarrow \Delta V^{85\text{Rb}} = 0,0052 \qquad \Delta V^{87\text{Rb}} = 0,0052$$

partieldichte:

$$n_i' = p_i \cdot n_i \Rightarrow n_1 \cdot p_1 = n_2 \cdot p_2$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_2}{p_1} \approx 0,6$$



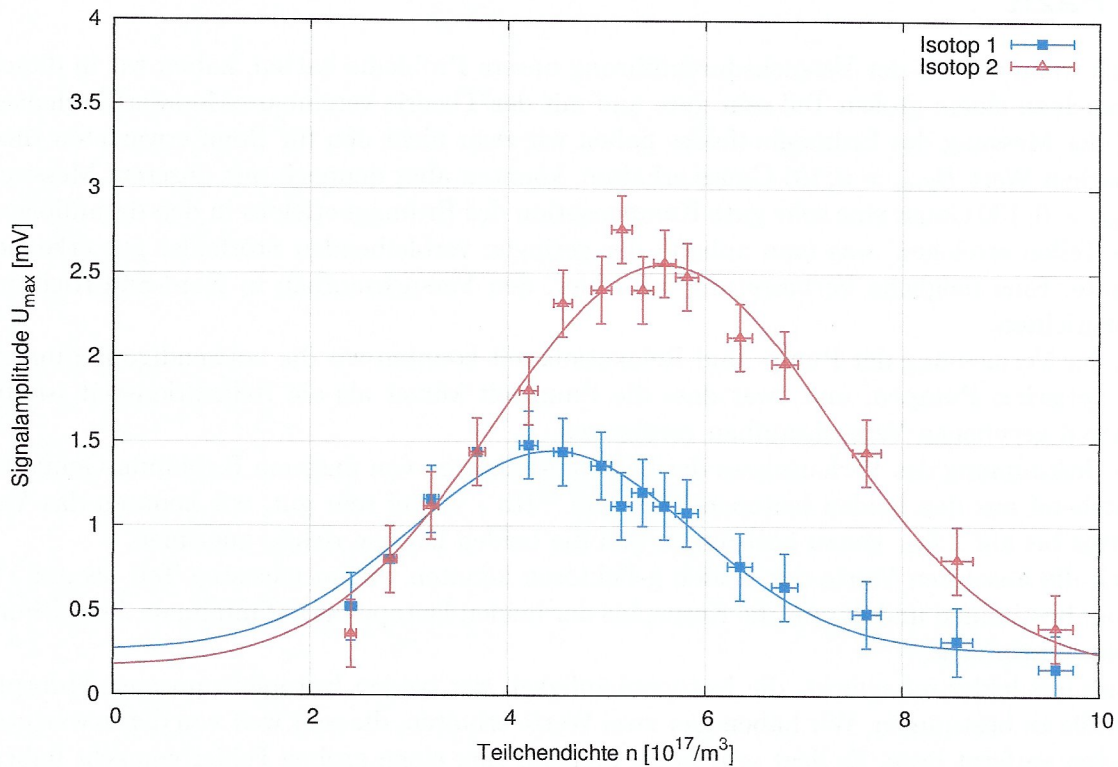


Abbildung 12: Signalamplitude gegen Teilchendichte beim 100Hz Signal

Dies stimmt mit den in [3] gegebenen Werte des Versuchsaufbaus

$$V^{85\text{Rb}} = 72,2\%$$

$$V^{87\text{Rb}} = 27,8\%$$

leider absolut nicht überein und liegt auch weit davon entfernt, es innerhalb der Fehlergrenzen zu entschuldigen. Wo genau unser Fehler lag, kann man nicht sagen. Möglicherweise wurde die Temperatur falsch angezeigt, oder wir haben diese zu schnell variiert. Außerdem ist es möglich, dass wir die Spannung falsch abgelesen oder aber sogar die Hochfrequenzmodulationspunkte für das 100Hz Signal falsch gewählt haben!

## 5 Fazit

Auch wenn wir bei der Versuchsdurchführung unsere Probleme hatten, haben wir in diesem Versuch zu einem großen Teil sehr gute und mit der Theorie vereinbare Messwerte erhalten. Bei der Messung des Erdmagnetfeldes haben wir zwar nicht den für Bonn erwarteten theoretischen Wert  $B_{\text{Erde}} = 0,191$  Gauss erhalten, konnten aber dennoch mit unserem Messwert  $B_{\text{Erde}} = 0,130$  Gauss eine sehr gute Kompensation des Erdmagnetfeldes in den darauffolgenden Teilen erreichen, was man anhand der geringen verbleibenden Störfelder gut erkennen konnte. Eine mögliche Verbesserung wäre hier, den Versuchsaufbau in Nord-Süd-Richtung auszurichten.

Bei der Vermessung der Pump- und Relaxationszeit konnten wir die notwendige Bedingung für optisches Pumpen, und zwar dass die Pumpzeit kürzer als die Relaxationszeit ist, für unseren gegebenen Versuchsaufbau verifizieren.

Die Bestimmung des Verhältnisses der beiden g-Faktoren von unserem Rubidium-Gemisch - bestehend aus den beiden Isotopen  $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$  - verlief sehr gut, wir konnten das Verhältnis bis auf 2‰ genau bestimmen und die beiden Isotope richtig zuordnen.

Auch die absoluten Werte der beiden g-Faktoren konnten wir im nächsten Teil bis auf 1% genau bestimmen und daraus die Kernspins der beiden Isotope bis auf minimale Abweichung genau bestimmen.

Es ist uns leider missglückt, die Isotopenhäufigkeit der beiden Isotope in unserer Absorptionzelle zu bestimmen. Wir haben hier zwei Werte erhalten, die sehr weit von den erwarteten Werten entfernt liegen. Es liegt sehr nahe, dass wir hier einen groben Fehler gemacht haben, da die Abweichung für kleine Messfehler zu groß ist. Es hat sehr lange gedauert bis sich die Temperatur nach Änderung auf einen konstanten Wert eingestellt hat, möglicherweise waren wir hier zu ungeduldig oder haben die Temperaturdifferenz zu ungenau eingestellt.

Was uns an diesem Versuch am meisten erstaunt hat, war mal wieder zu sehen wie weit Theorie und Praxis voneinander entfernt sind. Während man glaubt die Theorie verstanden zu haben, heißt das noch lange nicht Experimente auf diesem Gebiet durchführen zu können, geschweige denn vernünftige Messwerte nehmen zu können. Das fängt insbesondere bei dem Versuchsaufbau an, welcher bis ins kleinste Detail durchdacht ist und hört damit auf, dass man sich überlegen muss, wie man überhaupt gleichzeitig die Zeeman Aufspaltung hinbekommt, während man diese Niveaus optisch pumpt und auch wieder abregt, um die Messung periodisch wiederholen zu können. Uns waren diese Informationen zu einem Großteil zwar gegeben, allerdings ist es erstaunlich zu sehen, wie wenig man mit der Theorie alleine in der Experimentalphysik anfangen kann. Es hat einige Zeit gedauert, bis man verstanden hat, was genau die 5 verschiedenen elektromagnetischen Felder tun.



## Literatur

- [1] Robert L. De Zafra, Optical Pumping, S.646...654
  - [2] Reuben Benumof, Optical Pumping Theory and Experiments, S.151...160
  - [3] Physikalisches Praktikum Teil IV: Atome, Moleküle, Festkörper, Versuchsbeschreibungen Uni Bonn, Stand: September 2016
  - [4] Wolfgang Demtröder, Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik, S.313f
  - [5] <https://de.wikipedia.org/wiki/Alkalimetalle>
  - [6] <https://de.wikipedia.org/wiki/Auswahlregel>
  - [7] <https://de.wikipedia.org/wiki/Photodiode>
  - [8] <https://de.wikipedia.org/wiki/Wasserstoffatom>
  - [9] <https://de.wikipedia.org/wiki/Dopplerverbreiterung>
  - [10] <https://de.wikipedia.org/wiki/Wirkungsquerschnitt>
  - [11] <https://de.wikipedia.org/wiki/Maxwell-Boltzmann-Verteilung>
  - [12] OPUMP.TXT, Fortgeschrittenen Praktikum Versuch E204: Optisches Pumpen, 13.04.1983
  - [13] <https://de.wikipedia.org/wiki/Rubidium>
-