

Hinweis

Das vorliegende Protokoll wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde dieses Protokoll von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allen handschriftlichen Anmerkungen handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:

<https://www.physics-and-stuff.com/>

Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit des vorliegenden Protokolls! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.

Dieses Werk von [Marvin Zanke](#) ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung – Nicht-kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz](#).

abgegeben 18.11.16

PRAKTIKUM ATOME, MOLEKÜLE, FESTKÖRPER

P425

Elektronisches Rauschen

Marvin Zanke
&
Florian Graf Strachwitz

durchgeführt am

Physikalischen Institut der Universität Bonn

am

02.11.2016 & 03.11.2016

Eingereicht am:

18.11.2016

bei

Philipp Mahlberg

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	3
2. Theorie	3
2.1. Johnson-Rauschen: Nyquist's Formel	3
2.2. Schrotrauschen: Schottky's Formel	3
2.3. Hoch-und Tiefpass	4
3. Versuch und Auswertung	6
3.1. Johnson Rauschen	6
3.1.1. Beobachtung	6
3.1.2. Messung des Johnson Rauschen	6
3.1.3. Korrektur des Verstärker-Rauschens	8
3.1.4. Abhängigkeit des Johnson Rauschen vom Widerstand	10
3.1.5. Abhängigkeit des Johnson Rauschen von der Bandbreite	10
3.1.6. Effektive Bandbreite	12
3.1.7. Berechnung der Boltzmann-Konstante	14
3.2. Schrotrauschen	14
3.2.1. Beobachten des Schrotrauschens	15
3.2.2. Untergrundabzug	16
3.2.3. Abhängigkeit von i_{dc}	16
3.2.4. Abhängigkeit des Schrotrauschens von Δf	16
3.2.5. Berechnen der Elementarladung e	18
4. Fazit	19
A. Messwerte und Tabellen	20

1. Einleitung

In diesem Versuch wird das in allen Schaltkreisen vorkommende elektronische Rauschen genauer untersucht und vermessen. Dabei unterscheidet man zwischen zwei Arten von elektronischem Rauschen. Einmal das sogenannte Johnson-Rauschen, auch thermisches Rauschen genannt, welches durch thermische Fluktuationen hervorgerufen wird und somit auch in Schaltkreisen ohne Strom vorkommt. Zudem gibt es noch das Schrotrauschen, welches durch die Quantisierung der elektrischen Energie entsteht. Aus den Messungen des Johnson-Rauschen soll die Boltzmann-Konstante k_B und aus den Messungen des Schrotrauschens die Elementarladung e bestimmt werden.

2. Theorie

2.1. Johnson-Rauschen: Nyquist's Formel

Der Ursprung des Johnson Rauschen liegt in der ungeordneten zufälligen Bewegung von Ladungsträgern in einem Widerstand. Diese ist abhängig von der thermischen Energie der Teilchen, weshalb das Johnson-Rauschen auch als thermisches Rauschen bezeichnet wird, somit bei fallender Temperatur auch das Johnson Rauschen geringer wird. Das Johnson Rauschen ist ein weißes Rauschen, d.h., dass alle Frequenzen mit dem gleichen Betrag zur Rauschleistung beitragen.

Durch die zufällige Bewegung der Ladungsträger fließt in einem Widerstand an dem keine externe Spannung angelegt ist, trotzdem ein sehr geringer, kaum messbarer Strom. Dadurch stellt sich eine Spannungsdifferenz über den Widerstand ein, die man messen kann. Da das Johnson-Rauschen im zeitlichen Mittel null ergibt, schaut man sich das zeitlich gemittelte Quadrat des Rauschens an. Eine Formel dazu wurde von NYQUIST theoretisch aufgestellt und JOHNSON experimentell bestätigt [3]:

$$\overline{V_J^2(t)} = 4k_B T R \Delta f$$

Aginalquelle zitieren,
nicht wikipedia

2.2. Schrotrauschen: Schottky's Formel

Ein weiteres vorkommendes Rauschen ist das sogenannte Schrotrauschen welches aus der Quantisierung der Ladungsträger herrührt. Wenn Elektronen einzeln eine Potentialbarriere überwinden müssen, so geschieht dies nicht kontinuierlich sondern statistisch verteilt. Wenn man nun ein System von unkorrelierten Elektronen hat, so kann man diese als POISSON-verteilt annehmen und die Elektronen besitzen somit eine Standardabweichung von \sqrt{n} . Um so ein System von unkorrelierten Elektronen zu erhalten, benutzen wir aus einer Lampe ausgetretenen und von einer Photodiode wieder eingefangenen Elektronen.

Dieses Rauschen ist nicht wie das Johnson-Rauschen thermischer Natur und tritt auch nur dann auf, wenn ein gewisser Strom fließt. Um das Schrot-Rauschen zu beobachten muss dieser aber hinreichend klein sein, damit das Rauschen nicht überdeckt wird. Das Schrot-Rauschen ist ebenso wie das Johnson-Rauschen ein weißes Rauschen und tritt über alle Frequenzen gleich verteilt auf.

diese
Beliebiger
ist
etwas
"hand
writing"
↓
würde
ich so
nich
ins
Rechnen
scheine

Für den Zusammenhang zwischen dem Schrotrauschen und dem in der Schaltung fließenden Strom kam SCHOTTKY auf folgende Gleichung [4]:

$$\overline{\delta i^2} = 2ei_{dc}\Delta f$$

Original paper...

2.3. Hoch- und Tiefpass

Durch Hoch- und Tiefpässe lassen sich gewisse Frequenzen eines Stromkreises herausfiltern. Wie der Name der einzelnen Pässe schon sagt, lassen sie entweder hohe oder tiefere Frequenzen passieren.

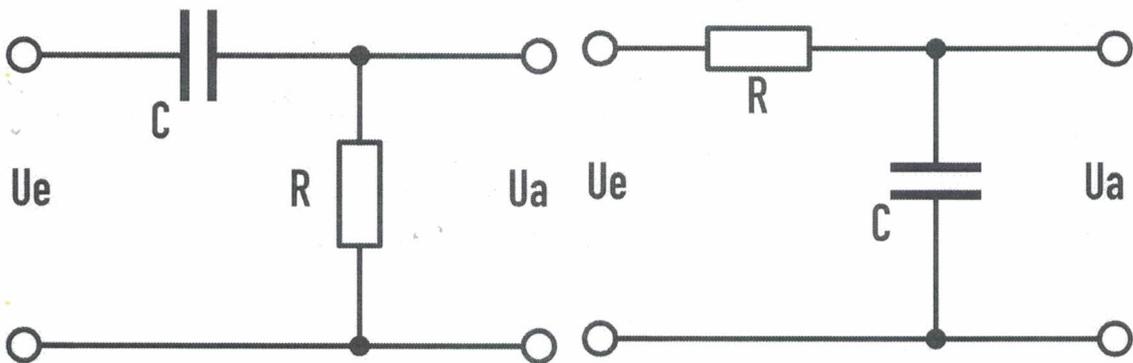


Abbildung 1: linke Seite: Hochpass ; rechte Seite: Tiefpass [5] [6]

Hochpass: *widerstand?*

Der Widerstand ist definiert als: $Z = \frac{1}{\frac{1}{R} + i\omega C}$. Das heißt, dass für große Frequenzen ein Kondensator einen sehr geringen Widerstand hat im Gegensatz zum Widerstand R . Dadurch werden in einer Hochpassschaltung, wie man sie in Abbildung 1 sieht, hohe Frequenzen durchgelassen und tiefe blockiert.

Tiefpass:

Anders herum ist es beim Tiefpass, dort werden hohe Frequenzen über den Kondensator sozusagen kurzgeschlossen und kommen nicht weiter. Für tiefe Frequenzen hingegen, ist der Widerstand am Kondensator zu groß und werden durchgelassen, abermals zu sehen in Abbildung 1.

*Das sollte alles bekannt sein, wird so damit umgehen
→ Bandbreite und Übertragungsfunktion wäre interessanter*

Kombiniert man nun beide Pässe hintereinander, so kann man sich eine gewisse Bandbreite der Frequenz ausgeben lassen, wie wir es später im Versuch machen werden.

Dass diese Steigung zwischen Sperrung und Durchlass nicht unendlich ist, sondern kontinuierlich, lässt sich sehr gut in einem sogenannten Bode-Plot wie in Abbildung 2 darstellen. Die

ja wie selbst, aber etwas losen *Sperrband* *Durchlassband*

definieren
Verstärkung geht dabei von $v = 1$ auf $v = 0$ herunter. Die Frequenz bei der die Verstärkung auf das $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -fache der Verstärkung (-3 dB) gefallen ist, nennt man Grenzfrequenz.

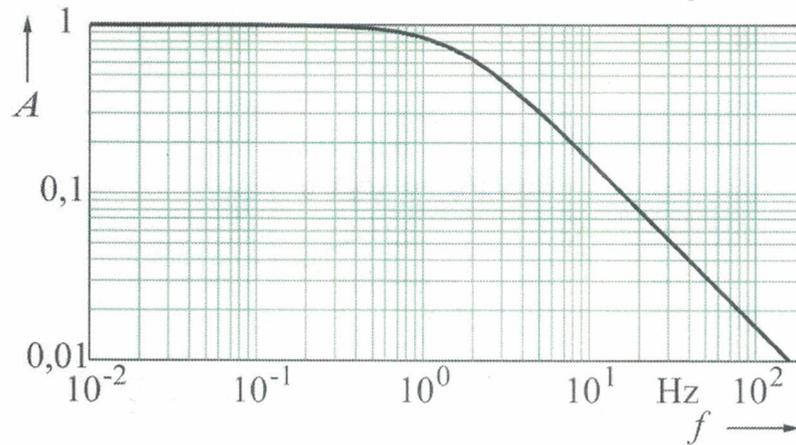


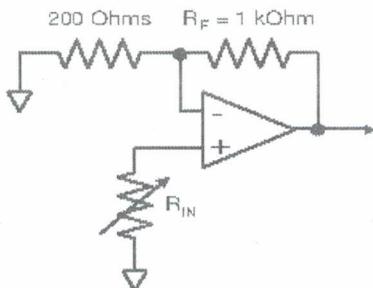
Abbildung 2; Bodeplot für einen Tiefpass [6]

Kapitel 2.3: etwas tiefergehendes bitte

3. Versuch und Auswertung

3.1. Johnson Rauschen

3.1.1. Beobachtung



*um es ab
Spannung in x mit
Messung zu verstehen*

Abbildung 3: Aufbau des Operationsverstärkers [2]

Wir beginnen unseren Versuch mit dem Johnson-Rauschen. Dazu wollen wir zunächst versuchen das Johnson Rauschen sichtbar zu machen. Da dieses allgemein sehr klein ist, brauchen wir einen großen Verstärkungsfaktor. Wir haben eine LLE-Box (Low-level electronics Box) gegeben in der man einen Operationsverstärker anschließen muss wie man in Abbildung 3 sieht. Danach stellen wir an der Box folgende Werte ein:

$$R_{in} = 100k\Omega, R_f = 1 k\Omega$$

*Faktor 6
+ zusätzlicher VV
mit Faktor 100*

Dadurch erreicht man eine Vorverstärkung von $G_1 = 600$.

Danach kommt noch eine sogenannte HLE-Box (High-level electronics box), mit der man zusätzlich einen Bandpassfilter einstellen kann und eine weitere Verstärkung. Der Aufbau dazu ist zu sehen in Abbildung 4. Dabei wählt man folgende Einstellungen:

High-pass filter = 0.1 kHz , low-pass filter = 100 kHz , Gain = 300 , Schalter auf AC

Daraufhin konnten wir das Johnson Rauschen beobachten, wie man in Abbildung 5 sehen kann.

warum das?

3.1.2. Messung des Johnson Rauschen

Für diesen Versuchsteil benutzen wir folgenden Aufbau, wie er in Abbildung 6 zu sehen ist. Da das Johnson Rauschen ein zufällig verteilter Prozess ist, verschwindet es im zeitlichen Mittel. Um das Rauschen aber dennoch zu messen, wird es zuerst quadriert und dann gemittelt, da dieses quadratische Mittel nicht verschwindet. Dafür sorgt der Multiplier. Außerdem teilt er den Wert noch durch 10. Für das Ausgangssignal des Multipliers gilt deshalb:

$$V_{out} = \frac{\overline{(V_{in}(t))^2}}{10 V}$$

*f durch 10
→ scale
eine physikalische Größe der Einheit
mit einer Osz. nicht messen*

*warum ich
Multiplizier
mittel nicht*

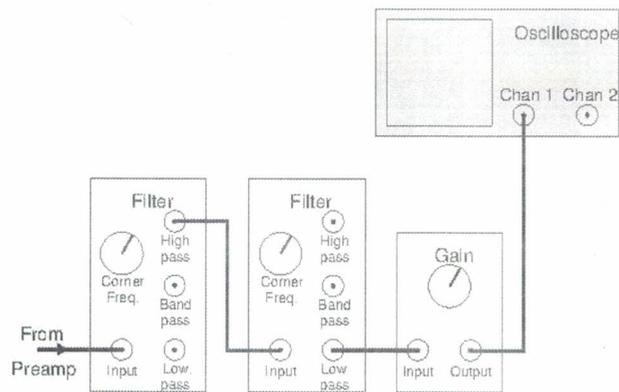
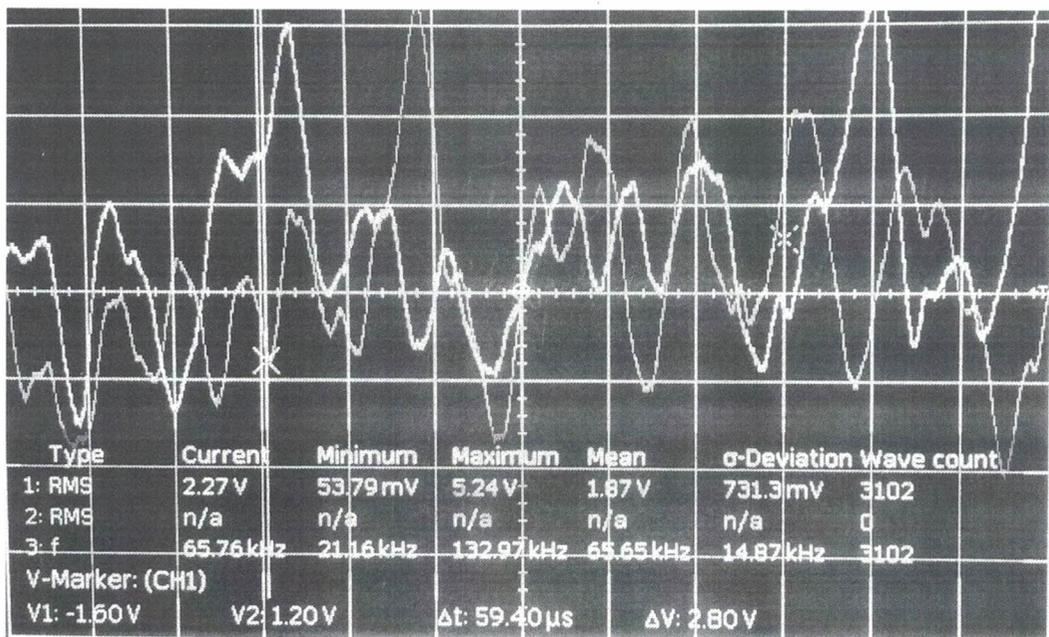


Abbildung 4: Schaltung der HLE Box zur Beobachtung des Johnson Rauschens [2]

Abbildung 5: Johnson-Rauschen mit 180000-facher Verstärkung, x-Skala: 10 μ s/div, y-Skala: 2 V/div

und deshalb:

$$V_{meter} = \overline{V_J^2(t)} \frac{(600 \cdot G_2)^2}{10 \text{ V}}$$

Dabei ist G_2 der Gain, also die Verstärkung, die sich aus der HLE-Box ergibt.

Nun haben wir den Monitor-Ausgang mit dem Oszilloskop verbunden und haben dieses auf x-y-Modus geschaltet. Was man dann sieht, ist auf der x-Achse U aufgetragen und auf der y-Achse $\frac{U^2}{10 \text{ V}}$. Den Graphen dazu sieht man in Abbildung 7. /A

Des Weiteren haben wir nun die erste Werte für V_{meter} und G_2 genommen und haben damit

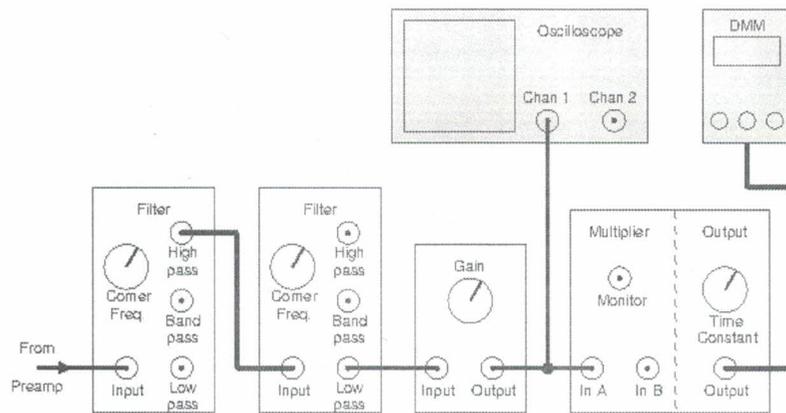


Abbildung 6: Aufbau zur Messung des Johnson Rauschen [2]

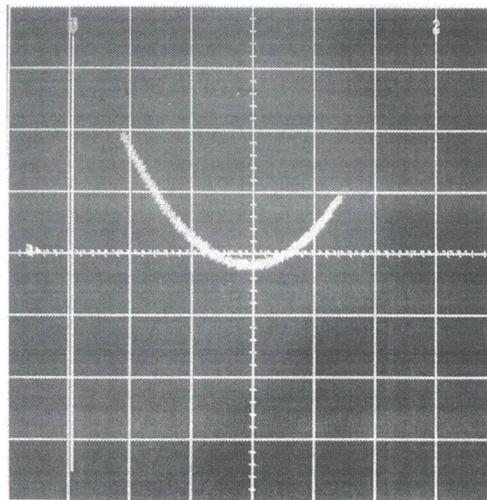


Abbildung 7: U gegen U^2 mit x-Skala: 5 V/div und y-Skala: 5 V/div

$\overline{V_J^2}$ berechnet wie man in folgender Tabelle 1 sehen kann.

Dabei ergeben sich die berechneten Werte aus:

$$\overline{V_J^2(t)} = \frac{10V \cdot V_{meter}}{(600 \cdot G_2)^2}$$

$$\Delta \overline{V_J^2(t)} = \frac{10V \cdot \Delta V_{meter}}{(600 \cdot G_2)^2}$$

3.1.3. Korrektur des Verstärker-Rauschens

Da wir ab diesem Abschnitt einige Male die Boltzmann-Konstante verwenden werden, um Vergleichswerte zu bestimmen, legen wir diese nun fest auf $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23}$ V/K [5].

Handwritten note:
 2 |
 o
 wofür Gaults
 ihr die jstb schon
 → wenn in Theorie
 angeben

G_2	V_{meter}/V	$\Delta V_{meter} V$	$\overline{V_J^2}$	$\Delta \overline{V_J^2}$
400	0.796	0.002	$1.382 \cdot 10^{-10}$	$3.472 \cdot 10^{-13}$
500	1.236	0.002	$1.373 \cdot 10^{-10}$	$2.222 \cdot 10^{-13}$

Tabelle 1: Die ersten Werte des Johnson-Rauschens

des zu untersuchenden
Widerstands

Da nicht das gesamte beobachtbare Rauschen aus dem Johnson-Rauschen besteht, sondern z.B. auch vom Rauschen der Verstärker kommt, wollen wir nun diese weiteren Faktoren herausrechnen. Da das Johnson Rauschen das einzige ist, dass von der Größe des Widerstands über den gemessen wird abhängt, variieren wir nun diesen und messen das Rauschen. Laut der Nyquist Formel hängt das Johnson Rauschen linear vom Widerstand ab, d.h. jeglicher Offset stammt also aus anderen Quellen. Man erhält folgende Formel:

$$V_{meter} = \frac{\overline{V_J^2(t) + V_N^2(t)} (600 \cdot G_2)^2}{10 V} \quad (1)$$

In dieser Formel gibt es keinen Mischterm, da die die einzelnen werte für V_J und V_N über die Zeit gemittelt Null ergeben.

der Mischterm ist ja von der Form $V = V_J(t) \cdot V_N(t) + \overline{V_{kann}} \neq 0$ sein wenn $\overline{V_J} = \overline{V_N} = 0$

Die gemessenen Werte finden sie im Anhang in Tabelle 2. Die dabei berechneten Werte ergeben sich aus:

$$\overline{V_J^2(t) + V_N^2(t)} = \frac{10V \cdot V_{meter}}{(600 \cdot G_2)^2}$$

$$\Delta \overline{V_J^2(t) + V_N^2(t)} = \frac{10V \cdot \Delta V_{meter}}{(600 \cdot G_2)^2}$$

H \overline{V} hat auch einen Fehler

Nun tragen wir mit *Gnuplot* die Werte für den Widerstand R auf der x-Achse und die Werte für $\overline{V_J^2(t) + V_N^2(t)}$ auf der y-Achse auf. Dann fitten wir eine Gerade der Form $f(x) = a \cdot x + b$ an diese Messwerte und bekommen folgende Werte:

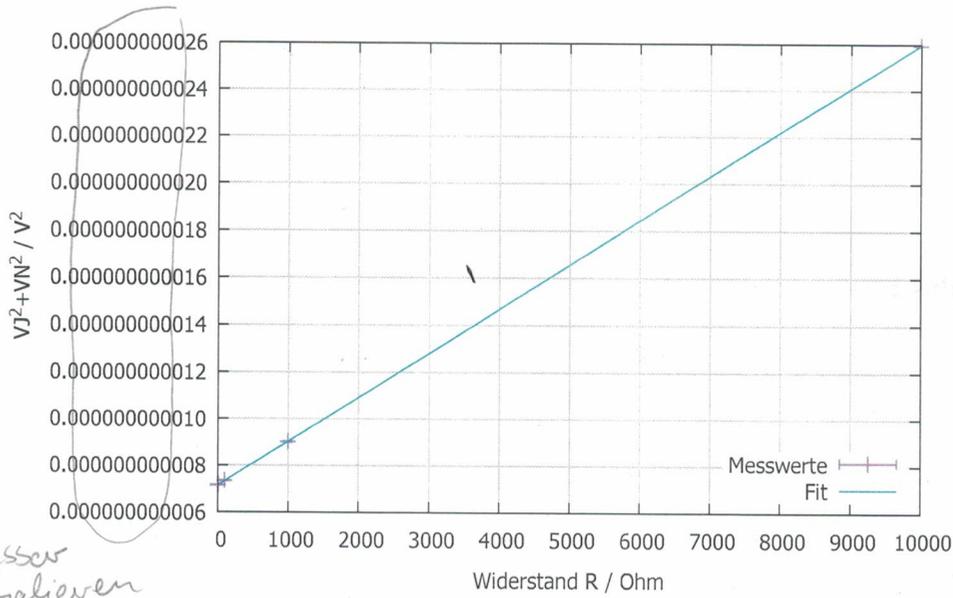
$$a = (1.8800 \pm 0.0035) \cdot 10^{-15} \frac{V^2}{\Omega}$$

$$b = (7.1371 \pm 0.0049) \cdot 10^{-12} V^2$$

Den Graphen dazu sieht man in Abbildung 8. Die Fehlerbalken sind hier sehr klein weshalb man sie nur sehr schwer erkennen kann.

Nun entspricht b dem y-Achsenabschnitt und wir können daraus die Offsetspannung ablesen, die durch das Rauschen aus anderen Quellen stammt. Also erhalten wir:

$$\overline{V_N^2(t)} = (7.1371 \pm 0.0049) \cdot 10^{-12} V^2$$



besser
skalieren

Abbildung 8: Widerstand R gegen $\overline{V_J^2(t) + V_N^2(t)}$

3.1.4. Abhängigkeit des Johnson Rauschen vom Widerstand

Nun soll die Nyquist-Formel anhand unserer Werte überprüft werden. Dazu stellen wir die vorherige Formel (1) nach $\overline{V_J^2(t)}$ um und ziehen unseren im vorherigen Abschnitt berechneten Offset ab. Nun tragen wir diese Werte in einem Graphen auf wie er in Abbildung 9 zu finden ist. Die Fehlerbalken in diesem Graphen sind so klein, dass man sie nur schwer erkennen kann. Nun fitten wir diese Werte an eine Funktion der Form $f(x) = c_1 \cdot x^{c_2} + c_3$.

Laut der Nyquist-Formel ist $c_1 = 4k_b T \Delta f$. Mit unseren Werten $T = 295.65$ K und $\Delta f = 99900$ Hz ergibt sich ein $c_1 = 1.63 \cdot 10^{-15} \frac{V^2}{\Omega}$. Für den zweiten Parameter ergibt sich aus der Formel $c_2 = 1$.

Aus unserer gefitteten Gerade ergeben sich folgende Werte:

$$c_1 = (1.8375 \pm 0.0526) \cdot 10^{-15} \frac{V^2}{\Omega}$$

$$c_2 = (1.0025 \pm 0.0031)$$

$c_3 = 2$

Diese Werte passen relativ gut mit den theoretisch bestimmten Werten überein. Für c_1 ergibt sich eine Abweichung von 12.73 % und für c_2 von 0.25 %.

↳ Fehler mit einbeziehen

3.1.5. Abhängigkeit des Johnson Rauschen von der Bandbreite

Laut der Nyquist-Formel besteht ein linearer Zusammenhang zwischen der Bandbreite und dem Johnson-Rauschen. Dies wollen wir nun in diesem Abschnitt untersuchen. Dazu haben wir den Eingangswiderstand R_{in} wieder auf $R_{in} = 100$ k Ω gestellt und haben jetzt die Bandbreite durch das Einstellen des Hoch- und Tiefpasses variiert. Unsere gemessenen Werte kann man der Tabelle 3 im Anhang entnehmen. Wir tragen nun die Bandbreite $B = \Delta f$

das ist theoretisch
besser skalieren
in Skript angegeben
H
für sonas
wusst ihr
kann auch die effektive Bandbreite nehmen



3.1. JOHNSON RAUSCHEN

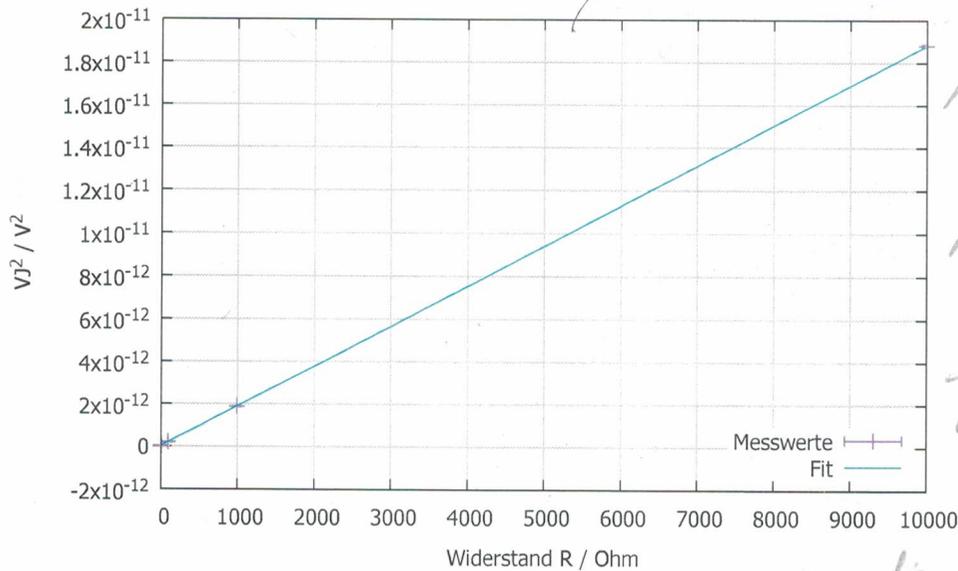


Abbildung 9: Widerstand R gegen $\overline{V_J^2(t)}$

dieser Plot hat
nicht mehr Aus-
sagekraft als
Abbildung 8,
einziges Unterschie-
Abbildung 8
keine Ausgangs-
gerade
Abbildung 9
Ausgangsgerade
→ interessanter
wären die
Residuen
zum Fit / X
um die Fitgerade
zu bewerten

gegen $\overline{V_J^2(t)}$ in doppellogarithmischer Darstellung auf und wollen den Zusammenhang zur Nyquist Formel prüfen. Die berechneten Werte ergeben sich aus den Formeln in Gleichung (2) und (3). Dabei haben wir das Rauschen aus den anderen Quellen abgezogen und den Fehler mit eingerechnet. Den letztendlichen Graphen sieht man in Abbildung 10 wobei hier abermals die Fehler so klein sind, dass man sie nicht wirklich erkennen kann.

$$\overline{V_J^2(t)} = \frac{10 \cdot V_{meter}}{(600 \cdot G_2)^2} - \overline{V_N^2(t)} \quad (2)$$

$$\Delta \overline{V_J^2(t)} = \sqrt{\left(\frac{10 \cdot \Delta V_{meter}}{(600 \cdot G_2)^2}\right)^2 + (\Delta \overline{V_N^2(t)})^2} \quad (3)$$

Der Fit der Form $f(x) = a \cdot x$ wurde abermals mit *Gnuplot* durchgeführt und gibt uns folgenden Wert:

$$a = (1.3708 \pm 0.0129) \cdot 10^{-15} \frac{V^2}{Hz}$$

Der theoretisch berechnete Wert ergibt sich aus der Nyquist-Formel und den Werten $T = 294.65$ K und $R = 100$ k Ω zu:

$$a = 4k_B T R = 1.627 \cdot 10^{-15} \frac{V^2}{Hz}$$

Das liegt leider nicht in unserem Fehlerbereich, aber insgesamt ergibt sich die Abweichung zu ca. 15%, was akzeptabel ist, dafür, dass wir schon einen fehlerbehafteten Wert aus der vorherigen Teilaufgabe mit dazu genommen haben.

→ führt zu jedem
Fehler wie zuvor bei 3.1.4

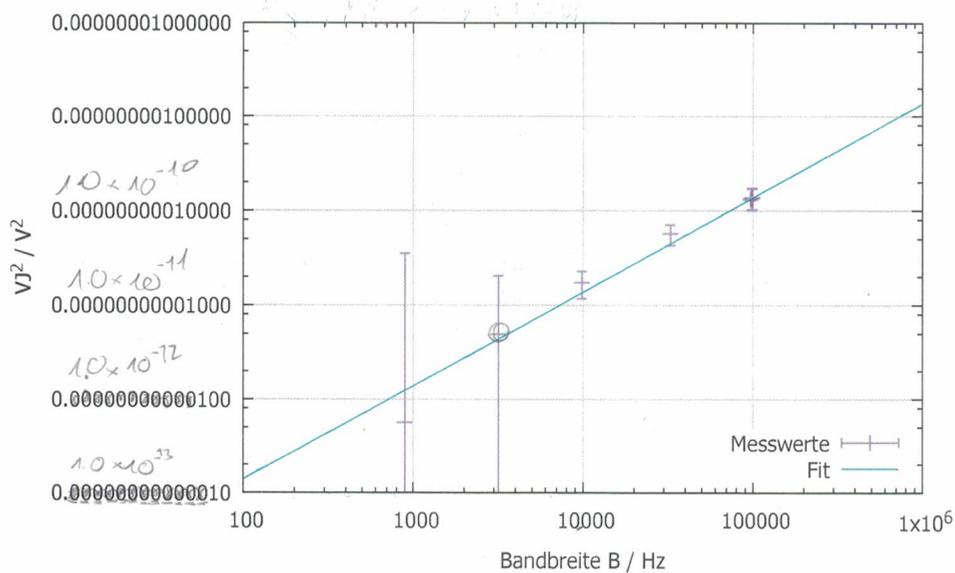
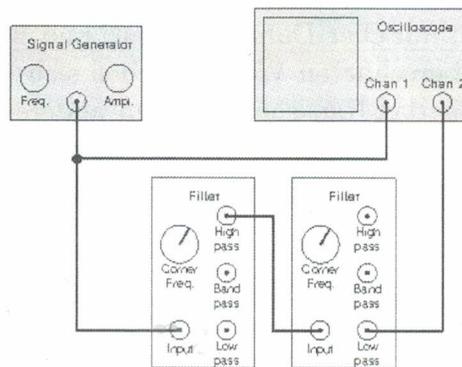
Abbildung 10: B gegen $\overline{V_J^2(t)}$ 

Abbildung 11: Aufbau zur Messung und Bestimmung der effektiven Bandbreite [2]

3.1.6. Effektive Bandbreite

Nun möchten wir die effektive Bandbreite unseres Bandpassfilter herausfinden. Dazu bauen wir einen Signalgenerator in unsere Schaltung ein und bauen die LLE-Box aus, wie man in Abbildung 11 sehen kann. Der Signalgenerator erzeugt nun ein Sinussignal und wir messen die Stärke des Signals vor und nach dem Bandpassfilter. Dabei schalten wir durch verschiedene Frequenzen und kommen schließlich auf Werte wie sie in Tabelle 4 im Anhang zu sehen sind. Dabei wurden die Werte wie folgt berechnet:

$$G = \frac{\text{RMS Output}}{\text{RMS Input}} = \frac{U_{out}}{U_{in}}$$

$$\Delta G = \sqrt{\left(\frac{\Delta U_{out}}{U_{in}}\right)^2 + \left(\frac{U_{out} \cdot \Delta U_{in}}{U_{in}^2}\right)^2}$$

Trägt man nun die Werte für f gegen G auf, wobei die x-Achse logarithmisch dargestellt ist, bekommt man einen Graphen wie er in Abbildung 12 zu sehen ist. Man sieht dort sehr schön, dass die Kurve bei der eingestellten Frequenz des Hochpasses $f = 1000$ Hz ansteigt und bei der eingestellten Frequenz des Tiefpasses $f = 10000$ Hz wieder abflacht. Diese Frequenzen entsprechen den Grenzfrequenzen der Filter. Doch auch in diesem Graphen sind die Fehler so klein, dass man sie kaum erkennen kann.

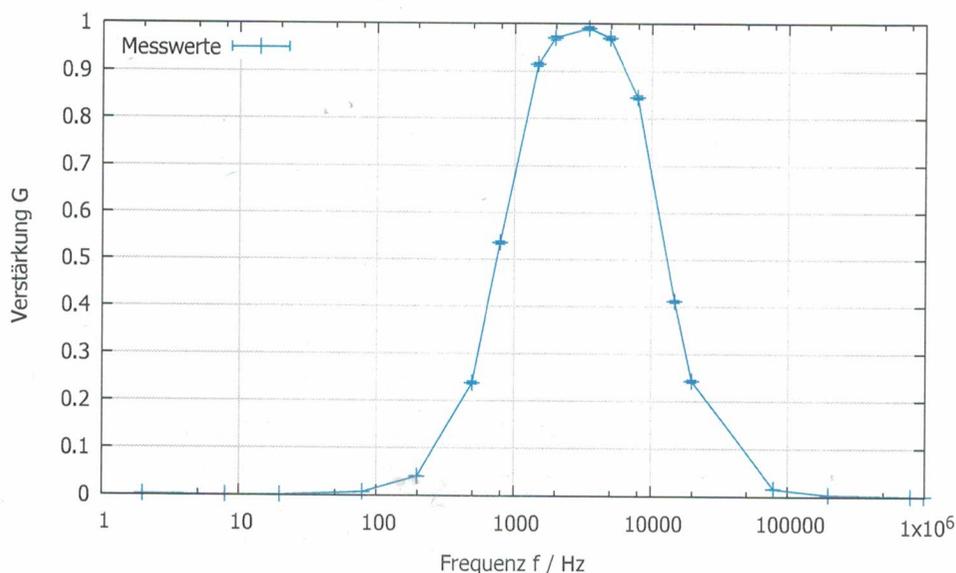


Abbildung 12: Die Frequenz f gegen die Verstärkung G in halblogarithmischer Darstellung

Nun wollen wir die effektive Bandbreite des Filters berechnen und betrachten dazu folgende Formeln:

$$\text{Tiefpass : } G_{LP}(f) = [1 + (f/f_l)^4]^{-1/2}$$

$$\text{Hochpass : } G_{HP}(f) = [1 + (f/f_h)^4]^{-1/2}$$

Dabei sind f_l und f_h die tatsächlichen Frequenzen des Tief- bzw. Hochpasses in unserem Fall $f_l = 10000$ Hz und $f_h = 1000$ Hz. Nun kommt man auf die effektive Bandbreite mit folgender Formel:

$$\Delta f_{eff} = \int G^2(f)df = \int G_{LP}^2 \cdot G_{HP}^2 df$$

Normalerweise erstreckt sich der Integrationsraum von $[0 : \infty]$, aber bei numerischer Berechnung ist diese auch hinreichend präzise für Grenzen in denen $G(f)$ ausreichend klein wird. Aus unserem Graphen legen wir so unseren Integrationsbereich auf $[10 : 1000000]$ Hz fest. Dieses Integral lassen wir nun von *Mathematica* berechnen und kommen so auf eine effektive Bandbreite von $\Delta f_{eff} = 9997.48$ Hz. Der Unterschied zur eingestellten Bandbreite ist somit $\frac{\Delta f_{eff}}{\Delta f} = 1.11$.

A 46 unit halt nextbedsübergrays Substanz an
6 17 [] = f

3.1.7. Berechnung der Boltzmann-Konstante

Nun haben wir alle nötigen Informationen, um im letzten Abschnitt die Größe der Boltzmann-Konstante experimentell zu bestimmen. Nach der Nyquist-Formel ergibt sich:

$$k_B = \frac{\overline{V_J^2(t)}}{4TR\Delta f_{eff}}$$

Dabei entspricht nun $\frac{\overline{V_J^2(t)}}{R}$ die Steigung der Gerade aus dem Abschnitt 3.1.4 und wir können diese verwenden mit $c_1 = (1.8375 \pm 00526) \cdot 10^{-15} \frac{V^2}{\Omega}$. Dazu berechnen wir erneut numerisch die effektive Bandbreite unseres verwendeten Filters in diesem Abschnitt zu $\Delta f_{eff} = 110928$ Hz. Die Temperatur nehmen wir wie bisher als (294.65 ± 2) K an. Mit $c_1 = \frac{\overline{V_J^2(t)}}{R}$ ergibt sicher der Fehler dieser Rechnung zu:

$$\Delta k_B = \sqrt{\left(\frac{\Delta c_1}{4T\Delta f_{eff}}\right)^2 + \left(\frac{c_1 \Delta T}{4T^2 \Delta f_{eff}}\right)^2}$$

Daraus berechnet sich nun die Boltzmann-Konstante zu:

$$k_B = (1.405 \pm 0.041) \cdot 10^{-23} \frac{V}{K}$$

Der Literaturwert von $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{V}{K}$ [5] weicht etwas von unserem berechneten Wert ab, aber liegt innerhalb unser Fehlergrenzen, was ein sehr befriedigendes Ergebnis darstellt.

3.2. Schrotrauschen

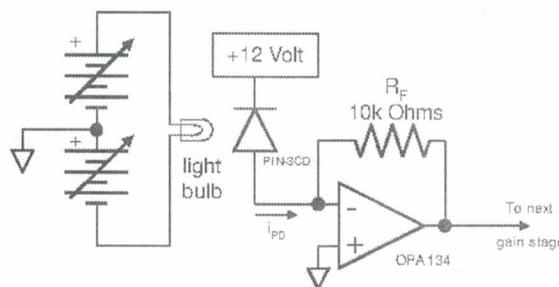


Abbildung 13: Schaltung in der LLE-Box zur Beobachtung des Schrotrauschens [2]

Im nächsten Abschnitt beschäftigen wir uns nun mit dem sog. Schrotrauschen. Dabei verwenden wir abermals die LLE-Box die jetzt verkabelt wird, wie in Abbildung 13 gezeigt. Dabei wird eine Lampe eingebaut, deren Spannung sich mit einem Regler an der Box verstellen lässt. Gegenüber wird eine Photodiode eingebaut, in der aufgrund der Lampeneinstrahlung ein Strom fließt. Außerdem stellen wir $R_f = 10 \text{ k}\Omega$ ein. Wie bereits erklärt braucht man einen Strom um das Schrotrauschen beobachten zu können. Diesen geringen Strom wollen wir messen bevor er durch den Verstärker der HLE-Box geht. Dafür bauen wir eine Schaltung auf, wie sie in Abbildung 14 zu sehen ist. Am Monitorausgang des Vorverstärkers, also der LLE-Box, kann man die Spannung messen, welche über den Widerstand R_f abfällt. Dies hat einen Strom zur Folge, welcher genau der Strom i_{dc} in Schottky's Formel ist. Dieser lässt sich mit dazugehörigem Fehler berechnen zu:

$$i_{dc} = -\frac{V_{Monitor}}{R_f}$$

$$\Delta i_{dc} = \frac{\Delta V_{Monitor}}{R_f}$$

Nun können wir also den Strom über den Widerstand mithilfe der Glühlampenspannung steuern und messen.

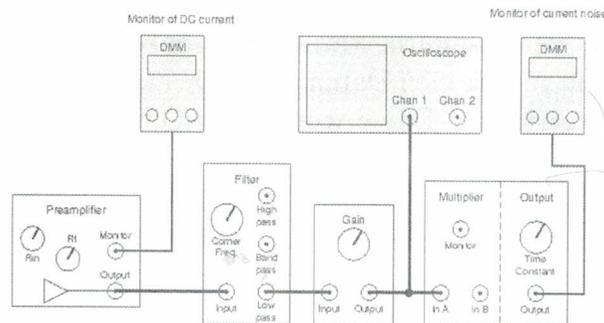


Abbildung 14: Schaltung zur Messung des Schrotrauschens [2]

3.2.1. Beobachten des Schrotrauschens

Da das Rauschen erneut so klein ist, dass es kaum beobachtet werden kann, wird es über die HLE-Box weiter verstärkt. Diesmal wird wieder ein Filter verwendet, allerdings nur ein normaler Tiefpass. Danach geht das Signal erneut in den Multiplier, welcher den Strom quadriert und über die Zeit mittelt. Über die Spannung, die am DMM des Output des Multipliers abgelesen werden kann, lässt sich $\overline{\delta i^2}$ mit dazugehörigem Fehler berechnen über:

(f das macht nicht der Multiplier)

$$\overline{\delta i^2} = \frac{10V \cdot \overline{V_{meter}(t)}}{(100 \cdot G_2 \cdot R_f)^2}$$

$$\Delta \overline{\delta i^2} = \frac{10V \cdot \Delta V_{meter}}{(100 \cdot G_2 \cdot R_f)^2}$$

Nun stellen wir den Tiefpass auf $f_l = 100$ kHz und die Verstärkung der HLE-Box auf 5000 und können nun das Rauschen beobachten.

3.2.2. Untergrundabzug

Da nun diese Werte aber noch nicht den reellen entsprechen, müssen wir noch das Nebenrauschen der anderen Quellen, wie z.B. dem Rauschen der Operationsverstärker und dem Johnson-Rauschen über den Widerstand R_f , abziehen. Dazu drehen wir die Spannung der Lampe auf null und messen die verbleibende Spannung an den DMMs. Dabei konnten wir folgende Werte beobachten:

$$V_{monitor} = (0.10 \pm 0.05) \text{ mV} \Rightarrow i_{dc,off} = (10 \pm 5) \cdot 10^{-9} \text{ A} = (10 \pm 5) \text{ nA}$$

$$V_{meter} = (0.730 \pm 0.003) \text{ V} \Rightarrow \overline{\delta i_{off}^2} = (292.0 \pm 1.2) \cdot 10^{-21} \text{ A}$$

Diese sind nun die Offsets der beiden Spannungen/Ströme, die wir bei unseren kommenden Messungen abziehen müssen.

3.2.3. Abhängigkeit von i_{dc}

Wir möchten nun die Abhängigkeit des Schrotrauschens $\overline{\delta i^2}$ von i_{id} vermessen. Dazu haben wir nun die Spannung an der Glühbirne variiert und haben verschiedene Werte für $V_{monitor}$ und V_{meter} genommen. Die gemessenen Daten sowie die ausgerechneten Werte für die Ströme sieht man in Tabelle 5 im Anhang. Dabei wurden die Offsets mit eingerechnet:

wo sind die dazu gehörigen
Fibparamater?

+ Qualität des
Fibs, Sensoren

(quantitativ)

(... $\times 12$...)

$$i_{dc} = -\frac{V_{monitor}}{R_f} - i_{dc,off}$$

$$\Delta i_{dc} = \sqrt{\left(-\frac{\Delta V_{monitor}}{R_f}\right)^2 + (\Delta i_{dc,off})^2}$$

$$\overline{\delta i^2} = \frac{10V \cdot V_{meter}}{(100 \cdot G_2 \cdot R_f)^2} - \overline{\delta i_{off}^2}$$

$$\Delta \overline{\delta i^2} = \sqrt{\left(\frac{10V \cdot \Delta V_{meter}}{(100 \cdot G_2 \cdot R_f)^2}\right)^2 + (\Delta \overline{\delta i_{off}^2})^2}$$

Trägt man nun diese Werte in ein Diagramm sieht man einen Graphen wie in Abbildung 15. Dabei haben wir eine Gerade an diese Messwerte angepasst und man sieht sehr schön den deutlich linearen Zusammenhang. Auch hier sind die Fehlerbalken so klein, dass man sie nur sehr schwer erkennen kann.

3.2.4. Abhängigkeit des Schrotrauschens von Δf

Wie die Überschrift schon sagt, wollen wir in diesem Versuchsteil die Abhängigkeit des Schrotrauschens $\overline{\delta i^2}$ von Δf untersuchen. Dafür haben wir die Spannung der Glühbirne und somit $V_{monitor} = (-49.8 \pm 0.1) \text{ mV}$ konstant gelassen. Dann haben wir Einstellung des Tiefpasses

hier ist in
Tabelle 5:

wann bei
höheren Spannungen $i = 11-11 \dots$

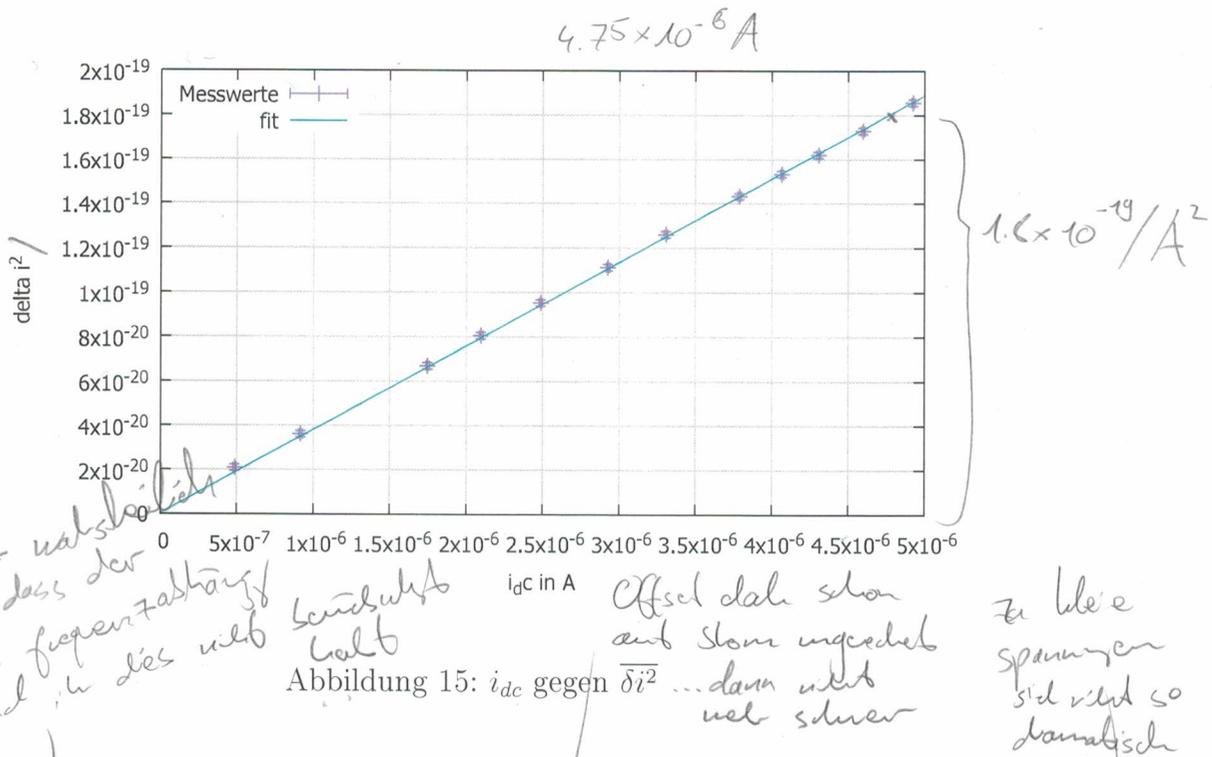


Abbildung 15: i_{dc} gegen $\overline{\delta i^2}$

das liegt wahrscheinlich daran, dass der Offset frequenzabhängig ist
A und in des nicht

schwebt halt
Offset dabei schon auf Strom umgerechnet
dann nicht mehr schwer

Zu kleine spannungen sind nicht so dramatisch

und somit die Bandbreite verändert und haben dabei die Spannung V_{meter} gemessen. Da sich leider einige Flüchtigkeiten eingeschlichen haben, sind unsere Messungen in diesem Versuchsteil leider extrem neben den Erwartungen wie im Folgenden erläutert. Zunächst besteht die Vorgabe, dass V_{meter} stets zwischen 0,6 und 1,2 V liegen muss, da sonst keine genaue Messung garantiert werden kann. Das haben wir bei dieser letzten Messung leider missachtet, da wir unsere Verstärkung nicht verändern wollten und wir sonst unseren Offset hätten neu berechnen müssen. Dass dies zu einer großen Fehlerquelle führt, ist uns leider erst im Nachhinein aufgefallen. Hinzu kommt, dass unser Offset bei V_{meter} so groß ist, dass unsere Werte für die Spannung negativ werden was in diesem Zusammenhang unphysikalisch ist. Als dritten und letzten Fehler haben wir überlesen, dass pro Frequenzeinstellung mehrere Messwerte genommen werden sollen. Leider haben wir nur jeweils einen Wert genommen. Das sind alles große Fehlerquellen die sich, wie man später sieht, auf unser Ergebnis für e auswirken.

Unsere Messwerte für diesen Versuchsteil kann man der Tabelle 6 entnehmen. Dabei haben sich die Werte für den Fehler in $\frac{\overline{\delta i^2}}{\Delta f}$ wie folgt berechnet:

h. Fehler auf Δf vernachlässigt?

$$\Delta \frac{\overline{\delta i^2}}{\Delta f} = \frac{\Delta \overline{\delta i^2}}{\Delta f}$$

sollte sich nicht auf die Qualität einzelner Werte auswirken

Wir haben nun unsere 6 Werte geplottet und man sieht einen deutlichen Abfall nach links, obwohl diese Kurve eigentlich konstant bleiben sollte. Da die ersten drei Werte (von rechts aus gesehen) noch relativ konstant sind, haben wir beschlossen, aufgrund des Fehlers mit der niedrigen Spannung, die letzten drei Werte, die sich deutlich von den anderen drei unterscheiden nicht in unseren Fit mit aufzunehmen.

In Abbildung 16 sieht man nun unseren Plot mit den gewichteten und den nicht gewichteten Werten inklusive Fit. Leider sind auch hier die Fehlerbalken kaum erkennbar. Gnuplot gibt uns folgende Wert für die konstante Funktion und gerade an ihrem sehr großen Fehler kann

logarithmische y-Achse könnte hier helfen

man unsere Ungenauigkeit erkennen:

Δf^2 angeben

$$c = (1.042 \pm 2.144) \cdot 10^{-24} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}}$$

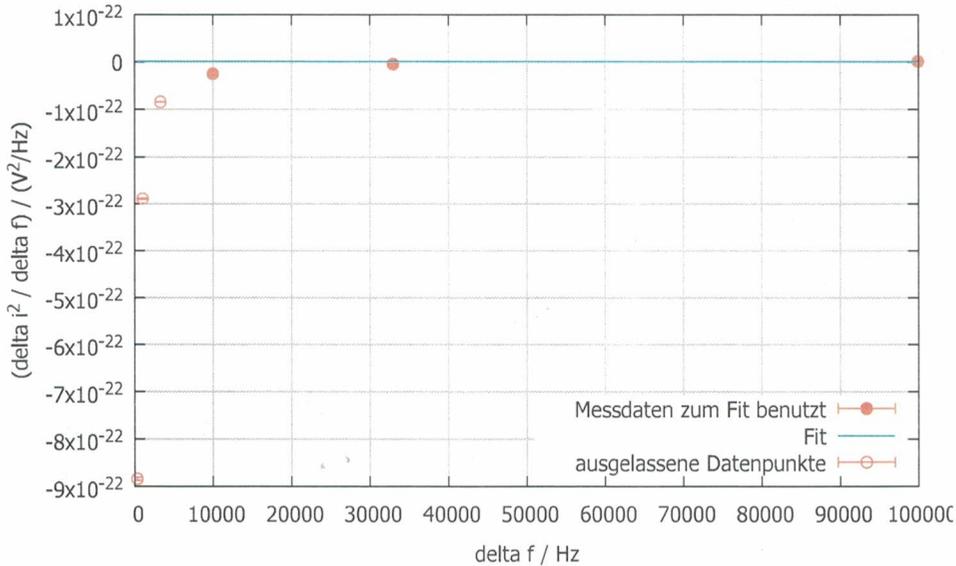


Abbildung 16: Δf gegen $\frac{\overline{\delta i^2}}{\Delta f}$

3.2.5. Berechnen der Elementarladung e

Nun wollen wir aus unseren vorherigen Ergebnissen die Elementarladung e bestimmen. Aus der Schottky-Formel ergibt sich:

hier die effektive Bandbreite nehmen

$$e = c \cdot \frac{1}{2 \cdot i_{dc}} \quad \text{mit } c = \frac{\overline{\delta i^2}}{\Delta f}$$

außerdem: 3.2.3 als Grundlage nehmen

$$\Delta e = \sqrt{\left(\frac{\Delta c}{2 \cdot i_{dc}}\right)^2 + \left(\frac{c \cdot \Delta i_{dc}}{2 \cdot i_{dc}^2}\right)^2}$$

Das c ergibt sich aus dem vorherigen Versuchsteil, und $i_{dc} = (4.98 \pm 0.01) \cdot 10^{-6} \text{ A}$.

(aus Dadurch erhält man für e nun:

obersichtlicher werden)

$$e = (1.045 \pm 2.153) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

steht auch so in der Anleitung
Dieser Wert liegt durchaus in der richtigen Größenordnung vom Literaturwert von $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ [6]}$ und es ergibt sich eine Abweichung von 12 %. Der Literaturwert liegt auch innerhalb der Fehlergrenzen, wobei der Fehler mit 206 % viel zu groß ist um den Wert als genau anzunehmen. Dieser große Fehler rührt natürlich aus dem dem großen Fehler für c aus dem vorherigen Kapitel, wo die Fehlerquellen schon ausführlich diskutiert wurden. Insgesamt ist das ein für die Umstände zufriedenstellender Wert aber mit dem Weg wie man zu diesem Wert gekommen ist, kann man natürlich nicht zufrieden sein.

Wajer

Ergebnis dann: $1.7 \times 10^{-19} \text{ C}$

4. Fazit

Insgesamt ist dieser Versuch als größtenteils positiv zu betrachten. Wir hatten bis auf die letzte Messung keine größeren Probleme bei den Messungen und bei der Auswertung.

Im ersten Versuchsteil mit dem Johnson Rauschen kommen wir insgesamt auf sehr ordentliche Ergebnisse, wobei man anmerken kann, dass oftmals unsere experimentellen Fehler etwas zu klein gewählt sind. Dadurch werden die Fehlerbereiche unserer experimentell bestimmten Werte zu klein und die Literaturwerte liegen so manchmal nicht innerhalb unserer Grenzen. Dies entspricht nicht immer einer ordentlichen Fehlerrechnung.

Im ersten Abschnitt des zweiten Versuchsteil hatten wir keine Probleme, doch wir haben keine Literaturwerte zum Vergleich und zur Kontrolle. Aber wir denken, da man auf unserem Graphen einen wie erwarteten sehr deutlichen linearen Zusammenhang erkennen kann, dass bei dieser Messung alles funktioniert hat.

In den letzten Abschnitten des zweiten Versuchsteil haben wir, wie schon in der Durchführung diskutiert, einige Fehler gemacht. Nichtsdestotrotz haben wir einen Wert für die Elementarladung bekommen, der nicht so weit entfernt von dem Literaturwert. Trotzdem haben wir diesen Versuchsteil nicht zu unserer Zufriedenheit durchgeführt.

A. Messwerte und Tabellen

Rin / Ω	Gain	Vmeter / V	ΔVMeter / V	Vj ² +Vn ² / V ²	ΔVj ² +Vn ² / V ²
1	2000	1,027	0,002	7,132E-12	1,38889E-14
10	2000	1,031	0,002	7,160E-12	1,38889E-14
100	2000	1,056	0,002	7,333E-12	1,38889E-14
1000	1500	0,729	0,002	9,000E-12	2,46914E-14
10000	1000	0,934	0,002	2,594E-11	5,55556E-14

Tabelle 2: Das Johnson Rauschen in Abhängigkeit vom Widerstand R

fHoch / Hz	fTief / Hz	Bandbreite B / Hz	Gain G2	Vmeter / V	ΔVMeter / V
100	100000	99900	400	0,799	0,002
100	33000	32900	600	0,756	0,002
100	10000	9900	1000	0,665	0,002
100	3300	3200	2000	0,875	0,02
100	1000	900	4000	0,980	0,02
30	100000	99970	400	0,798	0,002
100	100000	99900	400	0,797	0,002
300	100000	99700	400	0,795	0,002
1000	100000	99000	400	0,789	0,002
3000	100000	97000	400	0,770	0,002

Tabelle 3: Das Johnson Rauschen in Abhängigkeit von der Bandbreite Δf

f / Hz	Uin / V	ΔUin / V	Uout / V	ΔUout / mV	G(f)	ΔG(f)
2	3,770000	0,020000	0,005700	0,000200	0,001512	0,000054
8	7,320000	0,020000	0,004300	0,000200	0,000587	0,000027
20	7,430000	0,020000	0,003400	0,000200	0,000458	0,000027
80	7,450000	0,020000	0,0046800	0,000200	0,006282	0,000032
200	7,440000	0,020000	0,295000	0,002000	0,039651	0,000289
500	7,450000	0,020000	1,770000	0,020000	0,237584	0,002759
800	7,470000	0,020000	4,000000	0,020000	0,535475	0,003037
1500	7,470000	0,020000	6,830000	0,020000	0,914324	0,003628
2000	7,460000	0,020000	7,240000	0,020000	0,970509	0,003736
3500	7,460000	0,020000	7,390000	0,020000	0,990617	0,003774
5000	7,440000	0,020000	7,220000	0,020000	0,970430	0,003746
8000	7,430000	0,020000	6,280000	0,020000	0,845222	0,003524
15000	7,420000	0,020000	3,050000	0,020000	0,411051	0,002914
20000	7,420000	0,020000	1,800000	0,020000	0,242588	0,002774
80000	7,400000	0,020000	0,117000	0,002000	0,015811	0,000274
200000	7,370000	0,020000	0,020000	0,002000	0,002714	0,000271
800000	7,410000	0,020000	0,002400	0,000200	0,000324	0,000027
1000000	7,410000	0,020000	0,002000	0,000200	0,000270	0,000027

Tabelle 4: Die Verstärkung G in Abhängigkeit von der Frequenz f

$V_{\text{Monitor}} / \text{mV}$	$\Delta V_{\text{Monitor}} / \text{mV}$	$V_{\text{Meter}} / \text{V}$	$\Delta V_{\text{Meter}} / \text{V}$	i_{dc} / A	$\Delta i_{\text{dc}} / \text{A}$	δi^2	$\Delta \delta i^2$
-5,000	0,100	0,782	0,002	0,00000049	0,00000001	2,080E-20	1,442E-21
-9,300	0,100	0,820	0,002	0,00000093	0,00000001	3,600E-20	1,442E-21
-17,600	0,100	0,897	0,002	0,00000175	0,00000001	6,680E-20	1,442E-21
-21,100	0,100	0,931	0,002	0,00000210	0,00000001	8,040E-20	1,442E-21
-25,000	0,100	0,968	0,002	0,00000249	0,00000001	9,520E-20	1,442E-21
-29,400	0,100	1,008	0,002	0,00000293	0,00000001	1,112E-19	1,442E-21
-33,200	0,100	1,045	0,002	0,00000331	0,00000001	1,260E-19	1,442E-21
-38,000	0,100	1,088	0,002	0,00000379	0,00000001	1,432E-19	1,442E-21
-40,800	0,100	1,113	0,002	0,00000407	0,00000001	1,532E-19	1,442E-21
-43,200	0,100	1,135	0,002	0,00000431	0,00000001	1,620E-19	1,442E-21
-46,100	0,100	1,162	0,002	0,00000460	0,00000001	1,728E-19	1,442E-21
-49,400	0,100	1,194	0,002	0,00000493	0,00000001	1,856E-19	1,442E-21

Tabelle 5: Gemessenen Werte für V und daraus bestimmte I

$\Delta f / \text{Hz}$	$V_{\text{Meter}} / \text{V}$	$\Delta V_{\text{Meter}} / \text{V}$	$\delta i^2 / \text{V}^2$	$\Delta \delta i^2 / \text{V}^2$	$(\delta i^2 / \Delta f) / (\text{V}^2 / \text{Hz})$	$\Delta(\delta i^2 / \Delta f) / (\text{V}^2 / \text{Hz})$
100000,00	1,1970	0,0020	1,868E-19	1,44222E-21	1,868E-24	1,44222E-26
33000,00	0,9850	0,0020	-1,380E-19	1,44222E-21	-4,182E-24	4,37037E-26
10000,00	0,1120	0,0020	-2,472E-19	1,44222E-21	-2,472E-23	1,44222E-25
3300,00	0,0340	0,0020	-2,784E-19	1,44222E-21	-8,436E-23	4,37037E-25
1000,00	0,0070	0,0003	-2,892E-19	1,20599E-21	-2,892E-22	1,20599E-24
330,00	0,0000	0,0001	-2,920E-19	1,20067E-21	-8,848E-22	3,63838E-24

Tabelle 6: Gemessenen Werte für V_{meter} und daraus bestimmte Werte für $\overline{\delta i^2}$, für verschiedene Werte von Δf

Literatur

- [1] Dennis V. Perepelitsa, Johnson Noise and Shot Noise, MIT Department of Physics, November 27, 2006
- [2] Physikalisches Praktikum Teil IV: Atome, Moleküle, Festkörper, Versuchsbeschreibungen Uni Bonn, Stand: September 2016
- [3] <https://de.wikipedia.org/wiki/Wärmerauschen>, abgerufen am 2.11.2016
- [4] <https://de.wikipedia.org/wiki/Schrotrauschen>, abgerufen am 2.11.2016
- [5] <https://de.wikipedia.org/wiki/Hochpass>, abgerufen am 2.11.2016
- [6] <https://de.wikipedia.org/wiki/Tiefpass>, abgerufen am 2.11.2016
- [5] <https://de.wikipedia.org/wiki/Boltzmann-Konstante>, abgerufen am 16.11.2016
- [6] <https://de.wikipedia.org/wiki/Elementarladung>, abgerufen am 17.11.2016

Wiki:
das ist keine ^(gute) Quelle
+ Nennung der Quellen

Proboll: 1.7 CG. 12. 16
Abfrage: 2.0



allgemein:

- Tiefgefilter (RMS, OUTPUT, in/out ...) nicht linear setzen
- "simple" Gaußsche Fehlerfortpflanzung muss nicht extra angegeben werden
- WIKIPEDIA ist keine zitierfähige Quelle

Theorie: ruhig etwas tiefer gehen, Originalpaper zitieren

Johnson:

- ok, aber Vergleich mit absoluten Werten immer nur auf Grundlage der absoluten Bandbreite
- Untergrenzung bei Messung der ~~ersten~~ Frequenzabhängigkeit nicht nachvollziehbar

G(t): Vergleich Theorie \leftrightarrow Experiment fehlt

Schob:

- $\tilde{J}_i^2(i)$ ok, $\tilde{J}_i^2(\Delta f)$ nicht
- \hookrightarrow liegt oben an statischer Untergrenzung und nicht an den von euch angegebenen Fehlerquellen
- gesamten Messbereich ausnutzen!!!
- Elementarladung auf falscher Grundlage bestimmt

+ Fitqualitäten
Leitwerten