Hinweis

Die vorliegende Lösung wurde im Rahmen der jeweiligen Lehrveranstaltung an der Universität Bonn erstellt. Sofern im oberen Teil der ersten Seite oder auf der unten angegebenen Webseite nicht anders vermerkt, wurde diese Lösung von mir, Marvin Zanke, alleine angefertigt und eingereicht. Bei allem in einer anderen Farbe als dem üblichen Blau handelt es sich in der Regel um Korrekturen von mir oder des Tutors. Für mehr Informationen und meine gesamten Unterlagen, siehe:
https://www.physics-and-stuff.com/

Ich erhebe keinen Anspruch auf Richtigkeit und Vollständigkeit der vorliegenden Lösungen! Dies gilt ebenso für obengenannte Korrekturen.

14.12.2016 Theoretische Physik IV 8. Hausübung Marvin Zanke

HA1) Raum mit Volumen V von $T_1 = 0°C$ ($\hat{=}$ 273,15 K) $\downarrow$ $T_2 = 20°C$ ($\hat{=}$ 293,15 K) $\} \Delta T = 20K$

$P_0 = 10^5 \frac{N}{m^2}$

$C_p = \frac{7}{2} N k_B$
$C_V = 5/2\, N k_B$
nur ideales Gas?

ISOBAR: P konstant, N variabel, $C_p = \frac{7}{2} N k_B$

1. $\Delta E = \Delta Q + \Delta W$, $\Delta W = \int P dV = 0$

$$\leadsto \Delta Q = \int_{T_1}^{T_2} C_p \, dT = \int_{T_1}^{T_2} \frac{7}{2} N k_B \, dT$$

(∂p)$_{P,N}$ aber V konstant, N nicht konstant!

$$= \frac{7}{2} k_B \int_{T_1}^{T_2} N(T)\, dT \quad , \quad N k_B T = \underset{\text{const}}{P}\underset{\text{const}}{V}$$

$$= \frac{7}{2} k_B N_1 T_1 \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{T} dT \quad \Big| \quad \Leftrightarrow P_0 V = N k_B T = N_1 k_B T_1$$

$$= \frac{7}{2} k_B N_1 T_1 \{\ln T_2 - \ln T_1\} \quad \Big| \quad \Leftrightarrow N = \frac{N_1 T_1}{T}$$

log ≙ ln ?

$$\Leftrightarrow N_1 = \frac{P_0 V}{k_B T_1} \quad (*)$$

$$= \frac{7}{2} N_1 k_B T_1 \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = Q_P$$

warum nicht $T_2 - T_1 \ll 1$? kleine Temp. differenzen

2. $\frac{T_2 - T_1}{T_1} \ll 1$, $f(x) = \log(1+x) \leadsto Tf(x,0) = f(0) + f'(0)x + \mathcal{O}(x^2)$
$\approx \log(1) + x = x$

$$Q_P = \frac{7}{2} N_1 k_B T_1 \log\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{7}{2} N_1 k_B T_1 \log\left(\frac{T_2 - T_1 + T_1}{T_1}\right)$$

$$= \frac{7}{2} N_1 k_B T_1 \log\left(1 + \frac{T_2 - T_1}{T_1}\right) \approx \frac{7}{2} N_1 k_B T_1 \left\{\frac{T_2 - T_1}{T_1} + \mathcal{O}\left(\left(\frac{T_2 - T_1}{T_1}\right)^2\right)\right.$$

$$= \frac{7}{2} N_1 k_B (T_2 - T_1) + \mathcal{O}\left(\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)^2\right)$$

Luftdruck im Raum = Außendruck? wieso?

3. $V = v V_0$, $V_0 = 1 m^3$

Wieso sollte man hier die Näherung nehmen?

$$\leadsto Q_P = \frac{7}{2} N_1 k_B (T_2 - T_1) + \mathcal{O}\left(\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)^2\right)$$

$$\overset{(*)}{\approx} \frac{7}{2} \frac{P_0 V}{k_B T_1} k_B (T_2 - T_1) \underset{T_2 = 293,15K}{\overset{T_1 = 273,15K}{=}} \frac{7}{2} \frac{P_0 v 1m^3}{T_1} (T_2 - T_1)$$

$$\boxed{= 25626{,}96 \cdot v \, [J]}$$

Exakt gilt:

$$Q_P = \frac{7}{2} N_1 k_B T_1 \log\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$= \frac{7}{2} \frac{P_0 V}{k_B T_1} k_B T_1 \log\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{7}{2} P_0 V \log\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 24732{,}165 \cdot v \, [J]$$

4. $N = N_1$ konstant, P variabel, <u>ISOCHOR</u>

$$Q_V = \int_{T_1}^{T_2} C_V \, dT = \int_{T_1}^{T_2} \tfrac{5}{2} N k_B \, dT \,, \quad \underset{\text{const}}{N} k_B T = P \underset{\text{const}}{V} \iff N_1 = \frac{P_0 V}{k_B T_1}$$

$$= \frac{5}{2} N_1 k_B \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{5}{2} N_1 k_B (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \frac{P_0 V}{k_B T_1} k_B (T_2 - T_1)$$

$$= \frac{5}{2} P_0 V \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{5}{2} P_0 \frac{T_2 - T_1}{T_1} 1 m^3 \cdot v$$

$$= 18304{,}96 \cdot v \; [J]$$

5. $\Delta Q(t) = \dfrac{Q_P - Q_V}{Q_0}$, $Q_0 = N_1 k_B T_1$, $t := \dfrac{T_2}{T_1}$

Was passiert wenn $T_2/T_1 < 1$? Wärmeabgabe? Auch durch Formeln beschrieben?

$$= \frac{\frac{7}{2} N_1 k_B T_1 \log\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{5}{2} N_1 k_B (T_2 - T_1)}{N_1 k_B T_1} = \frac{7}{2} \log\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{5}{2} \frac{T_2 - T_1}{T_1}$$

Warum normiert mit Q_0?

$$= \frac{7}{2} \log(t) - \frac{5}{2} t + \frac{5}{2}$$

Der Graph ist angeheftet und Ablesen ergibt dass $\Delta Q(t_0) = 0$ für $t_0 \approx 1{,}9$ (und für $t_0 = 1$)

Kann man das auch ausrechnen?

Das ganze mit Näherung ergibt $\Delta Q(t) = t - 1$?

6. $v = 1 \rightsquigarrow |Q_V^{20K} - Q_P^{20K}| = 7322 \frac{J}{m^3}$ gespart, wobei wir die ausgerechneten Werte eingesetzt haben, und dies nur in unserem Temperaturbereich $1 < t < t_0$ gilt?

Oder gilt das in jedem Temp. bereich? Was war gefragt?

Allgemein: $\dfrac{Q_P - Q_V}{V} \overset{5.)}{=} \dfrac{1}{V} \left\{ N_1 k_B \left(\frac{7}{2} T_1 \log\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{5}{2}(T_2 - T_1) \right) \right\}$

$$\overset{N_1 \text{ einsetzen}}{=} \frac{P_0 V}{k_B T_1} \frac{k_B}{V} \left(\frac{7}{2} T_1 \log\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{5}{2}(T_2 - T_1) \right)$$

$$= P_0 \left(\frac{7}{2} \log\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{5}{2} \left(\frac{T_2 - T_1}{T_1}\right) \right)$$

7. $\underset{\text{variabel}}{P} \cdot \underset{\text{const}}{V} = \underset{\text{const}}{N} k_B \underset{\text{variabel}}{T} \rightsquigarrow P_0 V = N_1 k_B T_1$ und $P_i V = N_1 k_B T_i$

Warum den Druck bei T_2 kurz angleichen?

$$\iff P_i = \frac{N_1 k_B}{V} T_i$$

$$\rightsquigarrow \Delta P = (P_i - P_0) = \frac{N_1 k_B}{V} T_i - \frac{N_1 k_B}{V} T_1 = \frac{N_1 k_B}{V} (T_i - T_1)$$

$$\rightsquigarrow \frac{\Delta P}{P_0} = \frac{\frac{N_1 k_B}{V}(T_i - T_1)}{\frac{N_1 k_B}{V} T_1} = \frac{T_i - T_1}{T_1} = \left(\frac{T_i}{T_1} - 1\right) = 7{,}3 \cdot 10^{-2}$$

$\hat{=} 7{,}3\%$

$\dfrac{\Delta P}{P_0}$ oder $\dfrac{\Delta P}{P_i}$?

(Gleiche Graphen)